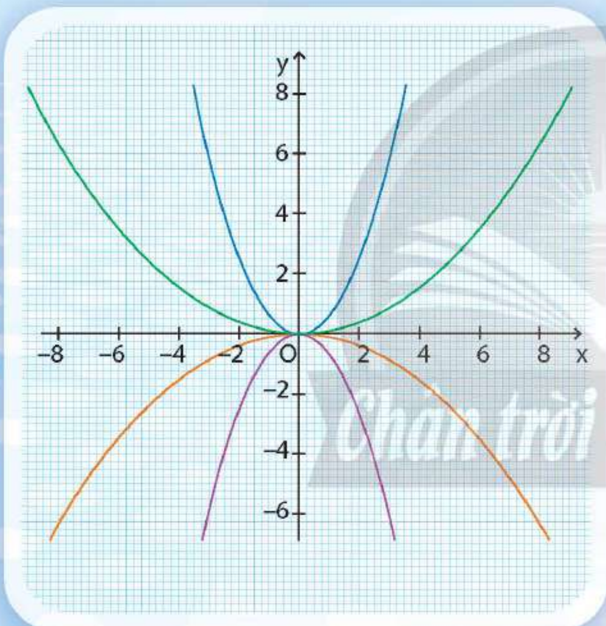
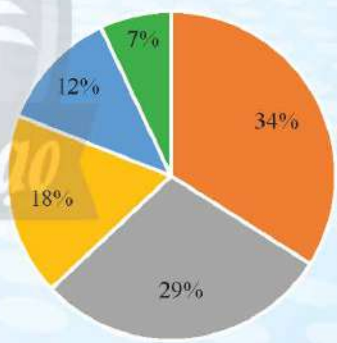
TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)
TRẦN ĐỨC HUYÊN – NGUYỄN THÀNH ANH (đồng Chủ biên)
NGUYỄN VĂN HIỂN – NGÔ HOÀNG LONG
HUỲNH NGỌC THANH – NGUYỄN ĐẶNG TRÍ TÍN

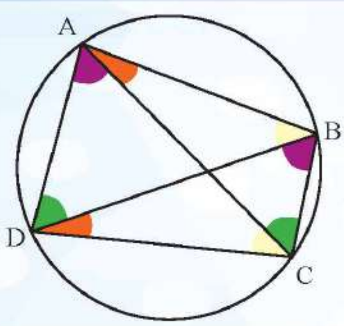
TOÁN

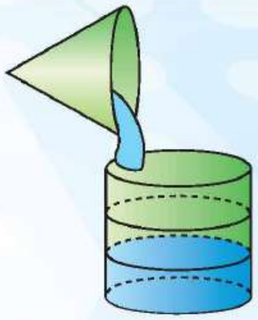
9

TẬP HAI









NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)
TRẦN ĐỨC HUYÊN – NGUYỄN THÀNH ANH (đồng Chủ biên)
NGUYỄN VĂN HIỂN – NGÔ HOÀNG LONG
HUỲNH NGỌC THANH – NGUYỄN ĐẶNG TRÍ TÍN

TOÁN 9

Chân trời sáng tạo

TẬP HAI

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG SÁCH

Mỗi bài học thường có các phần như sau:

Hoạt động khởi động	Gợi mở vấn đề, dẫn dắt học sinh vào bài học.
Hoạt động khám phá	Gợi ý một số vấn đề giúp học sinh tìm ra kiến thức mới.
	Kiến thức trọng tâm
Thực hành	Giúp học sinh làm những bài tập cơ bản áp dụng kiến thức vừa học.
Vận dụng	Ứng dụng kiến thức đã biết vào một tình huống, điều kiện mới hoặc để giải quyết vấn đề.
	Các kiến thức, kĩ năng học sinh đạt được sau mỗi bài học.

Hãy bảo quản, giữ gìn sách giáo khoa
để dành tặng các em học sinh lớp sau!

LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh, quý thầy, cô giáo và phụ huynh thân mến!

Sách Toán 9 thuộc bộ sách giáo khoa **Chân trời sáng tạo** được biên soạn theo Chương trình giáo dục phổ thông năm 2018 của Bộ Giáo dục và Đào tạo.

Cấu trúc sách Toán 9 được chia thành hai tập.

Tập hai bao gồm ba phần:

Số và Đại số gồm một chương: *Hàm số* $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ *và phương trình bậc hai một ẩn.*

Một số yếu tố Thống kê và Xác suất gồm hai chương: *Một số yếu tố Thống kê; Một số yếu tố Xác suất.*

Hình học và Đo lường gồm hai chương: *Tứ giác nội tiếp – Đa giác đều; Các hình khối trong thực tiễn.*

Cấu trúc mỗi bài học thường được thống nhất theo các bước: khởi động, khám phá, thực hành, vận dụng và cuối mỗi bài học có nội dung để học sinh tự đánh giá. Các bài học sẽ tạo nên môi trường học tập tương tác tích cực; đồng thời khai thác được các ứng dụng công nghệ thông tin vào học Toán.

Nội dung sách hướng đến mục đích đảm bảo dễ dạy, dễ học, gắn Toán học với thực tiễn. Các hoạt động học tập được chọn lọc phù hợp với lứa tuổi và khả năng nhận thức của học sinh, thể hiện tinh thần tích hợp, gắn bó môn Toán với các môn học khác, đáp ứng được nhu cầu của học sinh trên mọi miền đất nước.

Chúng tôi tin tưởng rằng với cách biên soạn này, sách giáo khoa Toán 9 sẽ hỗ trợ giáo viên hạn chế được những khó khăn trong quá trình dạy học, đồng thời giúp các em học sinh hứng thú hơn khi học tập.

Rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy, cô giáo, phụ huynh và các em học sinh để sách ngày càng hoàn thiện hơn.

CÁC TÁC GIẢ

MỤC LỤC

Phần SỐ VÀ ĐẠI SỐ

Chương 6

HÀM SỐ $y = ax^2$ ($a \neq 0$) VÀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

Trong chương này, các em sẽ tìm hiểu về hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và cách vẽ đồ thị là một đường cong parabol của nó. Các em cũng sẽ tìm hiểu về phương trình bậc hai một ẩn, cách giải phương trình bậc hai một ẩn, mối quan hệ giữa nghiệm và các hệ số của phương trình, cũng như vận dụng kiến thức đó để giải quyết một số bài toán thực tiễn.

Gateway Arch ở thành phố St. Louis (Missouri – Hoa Kỳ) có dạng đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$).

Bài 1 HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax^2$ $(a \neq 0)$

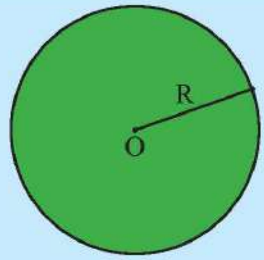
Một vật được thả rơi tự do từ độ cao 45 m. Quãng đường chuyển động s (m) của vật theo thời gian rơi t (giây) được cho bởi công thức $s = 5t^2$. Sau khi thả 2 giây, quãng đường vật di chuyển được là bao nhiêu mét?

1. HÀM SỐ $y = ax^2$ $(a \neq 0)$

1 Diện tích S của hình tròn được tính bởi công thức $S = \pi R^2$, trong đó R là bán kính của hình tròn và $\pi \approx 3,14$.

a) Tính diện tích của hình tròn với R = 10 cm.

b) Diện tích S có phải là hàm số của biến số R không?



Hình 1

Trong trên, với mỗi giá trị của thời gian t $(0 \leq t \leq 3)$ xác định được duy nhất một giá trị tương ứng của s theo công thức $s = 5t^2$. Do đó s là một hàm số của biến số t. Tương tự trong 1, diện tích S cũng là một hàm số của bán kính R.

Hai hàm số cho bởi công thức $s = 5t^2$ và $S = \pi R^2$ có dạng $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

Ví dụ 1.

a) Trong các hàm số sau, hàm số nào có dạng $y = ax^2$ $(a \neq 0)$?

$$y = 2x; \quad y = 3x^2; \quad y = 0x^2; \quad y = -\frac{x^2}{4}.$$

b) Xác định hệ số của x^2 trong các hàm số sau: $y = 2x^2$; $y = -0,25x^2$; $y = \frac{1}{2}x^2$.

Giải

a) Hàm số $y = 3x^2$ có dạng $y = ax^2$ với $a = 3$.

Hàm số $y = -\frac{x^2}{4}$ có dạng $y = ax^2$ với $a = -\frac{1}{4}$.

Hàm số $y = 2x$ và $y = 0x^2$ không có dạng $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

b) Hệ số của x^2 trong các hàm số $y = 2x^2$; $y = -0,25x^2$; $y = \frac{1}{2}x^2$ lần lượt là 2; $-0,25$; $\frac{1}{2}$.

Thực hành 1.

a) Xác định hệ số của x^2 trong các hàm số sau: $y = 0,75x^2$; $y = -3x^2$; $y = \frac{1}{4}x^2$.

b) Với mỗi hàm số đã cho ở câu a), tính giá trị của y khi $x = -2$; $x = 2$.

Vận dụng 1. Gọi x (cm) là chiều dài cạnh của một viên gạch lát nền hình vuông.

a) Viết công thức tính diện tích S (cm^2) của viên gạch đó.

b) Tính S khi $x = 20$; $x = 30$; $x = 60$.

2. BẢNG GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax^2$ $(a \neq 0)$

2 Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$. Hoàn thành bảng giá trị sau:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$y = \frac{1}{2}x^2$	?	?	?	?	?	?	?

Để lập bảng giá trị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$, ta lần lượt cho x nhận các giá trị x_1, x_2, x_3, … (x_1, x_2, x_3, … tăng dần) và tính các giá trị tương ứng của y rồi ghi vào bảng sau:

x	x_1	x_2	x_3	…
$y = ax^2$	y_1	y_2	y_3	…

Ví dụ 2. Lập bảng giá trị của hàm số $y = x^2$ và $y = -x^2$ với các giá trị x lần lượt bằng –3; –2; –1; 0; 1; 2; 3.

Giải

Bảng giá trị của hàm số $y = x^2$:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9

Bảng giá trị của hàm số $y = -x^2$:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$y = -x^2$	–9	–4	–1	0	–1	–4	–9

Nhận xét: Với hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$, ta có:

– Nếu $a > 0$ thì $y > 0$ với mọi $x \neq 0$; $y = 0$ khi $x = 0$.

– Nếu $a < 0$ thì $y < 0$ với mọi $x \neq 0$; $y = 0$ khi $x = 0$.

Thực hành 2. Lập bảng giá trị của hai hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ và $y = -\frac{1}{4}x^2$ với x lần lượt bằng –4; –2; 0; 2; 4.

Vận dụng 2. Một vật rơi tự do từ độ cao 125 m so với mặt đất. Quãng đường chuyển động s (m) của vật phụ thuộc vào thời gian t (giây) được cho bởi công thức $s = 5t^2$.

a) Sau 2 giây, vật này cách mặt đất bao nhiêu mét? Tương tự, sau 3 giây vật này cách mặt đất bao nhiêu mét?

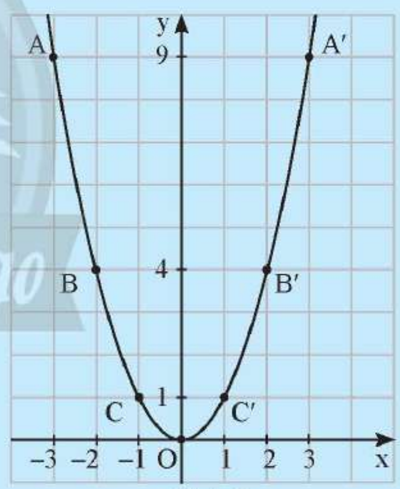
b) Sau bao lâu thì vật này tiếp đất?

3. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax^2$ $(a \neq 0)$

3 Cho hàm số $y = x^2$. Ta lập bảng giá trị sau:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9

Từ bảng trên, ta lấy các điểm A(–3; 9), B(–2; 4), C(–1; 1), O(0; 0), C′(1; 1), B′(2; 4), A′(3; 9) trên mặt phẳng toạ độ Oxy. Đồ thị của hàm số $y = x^2$ là một đường cong đi qua các điểm nêu trên và có dạng như Hình 2.



Hình 2

Từ đồ thị ở Hình 2, hãy trả lời các câu hỏi sau:

a) Đồ thị của hàm số có vị trí như thế nào so với trục hoành?

b) Có nhận xét gì về vị trí của các cặp điểm A và A′, B và B′, C và C′ so với trục tung?

c) Điểm nào là điểm thấp nhất của đồ thị?

4 Cho hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$.

a) Lập bảng giá trị của hàm số khi x lần lượt nhận các giá trị –2; –1; 0; 1; 2.

b) Vẽ đồ thị của hàm số. Có nhận xét gì về đồ thị của hàm số đó?

Từ 3 và 4, một cách tổng quát ta có:

Đồ thị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ là một đường cong đi qua gốc toạ độ, nhận trục tung làm trục đối xứng. Đường cong đó được gọi là một parabol đỉnh O.

- Nếu $a > 0$ thì đồ thị nằm phía trên trục hoành, O là điểm thấp nhất của đồ thị.
- Nếu $a < 0$ thì đồ thị nằm phía dưới trục hoành, O là điểm cao nhất của đồ thị.

Chú ý: Để vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$, ta thực hiện các bước sau:

– Lập bảng giá trị của hàm số với một số giá trị của x (thường lấy 5 giá trị gồm 0 và hai cặp giá trị đối nhau).

– Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, đánh dấu các điểm (x; y) trong bảng giá trị (gồm điểm (0; 0) và hai cặp điểm đối xứng nhau qua trục Oy).

– Vẽ đường parabol đi qua các điểm vừa được đánh dấu.

Ví dụ 3. Vẽ đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$.

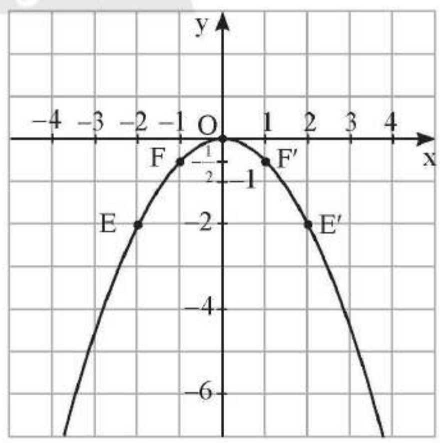
Giải

Bảng giá trị của hàm số:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -\frac{1}{2}x^2$	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2

Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, lấy các điểm $E(-2; -2)$, $F\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$, $O(0; 0)$, $F'\left(1; -\frac{1}{2}\right)$, $E'(2; -2)$.

Đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ là một đường parabol đỉnh O, đi qua các điểm trên và có dạng như Hình 3.



Hình 3

Nhận xét: Vì đồ thị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ luôn đi qua gốc toạ độ O và nhận trục Oy làm trục đối xứng nên khi vẽ đồ thị hàm số, ta chỉ cần tìm một số điểm bên phải trục Oy rồi lấy các điểm đối xứng với chúng qua trục Oy.

Thực hành 3. Vẽ đồ thị của hàm số $y = 2x^2$.

Vận dụng 3. Động năng (tính bằng J) của một quả bưởi nặng 1 kg rơi với tốc độ v (m/s) được tính bằng công thức $K = \frac{1}{2}v^2$.

a) Tính động năng của quả bưởi đạt được khi nó rơi với tốc độ lần lượt là 3 m/s, 4 m/s.

b) Tính tốc độ rơi của quả bưởi tại thời điểm quả bưởi đạt được động năng 32 J.

BÀI TẬP

1. Cho hàm số $y = -x^2$.

   a) Lập bảng giá trị của hàm số.

   b) Vẽ đồ thị của hàm số.

2. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

   a) Vẽ đồ thị của hàm số.

   b) Trong các điểm $A(-6; -8)$, $B(6; 8)$, $C\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{9}\right)$, điểm nào thuộc đồ thị của hàm số trên?

3. Cho hai hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ và $y = -\frac{1}{4}x^2$. Vẽ đồ thị của hai hàm số đã cho trên cùng một mặt phẳng toạ độ Oxy.

4. Cho hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

   a) Tìm a, biết đồ thị của hàm số đi qua điểm $M(2; 6)$.

   b) Vẽ đồ thị của hàm số với a vừa tìm được.

   c) Tìm các điểm thuộc đồ thị trên có tung độ $y = 9$.

5. Cho một hình lập phương có độ dài cạnh là x (cm).

   a) Viết công thức tính diện tích toàn phần S (cm^2) của hình lập phương theo x.

   b) Lập bảng giá trị của hàm số S khi x lần lượt nhận các giá trị: $\frac{1}{2}$; 1; $\frac{2}{3}$; 2; 3.

   c) Tính độ dài cạnh của hình lập phương, biết $S = 54$ cm^2.

6. Khi gió thổi vuông góc vào cánh buồm của một con thuyền thì lực F (N) của nó tỉ lệ thuận với bình phương tốc độ v (m/s) của gió, tức là $F = av^2$ (a là hằng số). Biết rằng khi tốc độ của gió bằng 3 m/s thì lực tác động lên cánh buồm bằng 180 N.

   a) Tính hằng số a.

   b) Với a vừa tìm được, tính lực F khi v = 15 m/s và khi v = 26 m/s.

   c) Biết rằng cánh buồm chỉ có thể chịu được một lực tối đa là 14 580 N, hỏi con thuyền có thể đi được trong gió bão với tốc độ gió 90 km/h hay không?

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

– Vẽ được đồ thị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

– Nhận biết được tính đối xứng (trục) và trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với đồ thị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

Bài 2 PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

Sau khi được ném theo chiều từ dưới lên, độ cao h (m) của một quả bóng theo thời gian t (giây) được xác định bởi công thức $h = 2 + 9t - 5t^2$. Thời gian từ lúc ném cho đến khi bóng chạm đất là bao lâu?

1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

1 Một tấm thảm hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 2 m. Biết diện tích tấm thảm bằng 24 m². Gọi x (m) là chiều rộng tấm thảm $(x > 0)$. Hãy viết phương trình với ẩn x biểu thị mối quan hệ giữa chiều dài, chiều rộng và diện tích của tấm thảm.

Từ 1 ta thiết lập được phương trình $x^2 + 2x - 24 = 0$. Ta gọi đó là phương trình bậc hai một ẩn.

Tổng quát, ta có định nghĩa:

Phương trình bậc hai một ẩn (còn gọi là *phương trình bậc hai*) là phương trình có dạng

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

trong đó x là *ẩn*; a, b, c là những số cho trước gọi là các *hệ số* và $a \neq 0$.

Ví dụ 1. Hãy xác định các hệ số a, b, c của mỗi phương trình bậc hai sau:

a) $x^2 + 2x - 24 = 0$; b) $3y^2 - 2\sqrt{5}y = 0$; c) $-5t^2 + 7 = 0$.

Giải

a) Phương trình $x^2 + 2x - 24 = 0$ có các hệ số $a = 1$; $b = 2$; $c = -24$.

b) Phương trình $3y^2 - 2\sqrt{5}y = 0$ có các hệ số $a = 3$; $b = -2\sqrt{5}$; $c = 0$.

c) Phương trình $-5t^2 + 7 = 0$ có các hệ số $a = -5$; $b = 0$; $c = 7$.

Thực hành 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc hai một ẩn? Chỉ rõ các hệ số a, b, c của mỗi phương trình bậc hai một ẩn đó.

a) $-7x^2 = 0$; b) $-12x^2 + 7x - \sqrt{3} = 0$;

c) $x^3 + 5x - 6 = 0$; d) $x^2 - (m + 2)x + 7 = 0$ (m là số đã cho).

2. GIẢI MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI DẠNG ĐẶC BIỆT

2 a) Bằng cách đưa về phương trình tích, hãy giải các phương trình sau:

i) $3x^2 - 12x = 0$; ii) $x^2 - 16 = 0$.

b) Để đưa các phương trình bậc hai dạng đặc biệt trên về phương trình tích ta đã dùng các phép biến đổi nào?

Ví dụ 2. Giải các phương trình:

a) $2x^2 + 3x = 0$; b) $x^2 - 5 = 0$.

Giải

a) $2x^2 + 3x = 0$

$x(2x + 3) = 0$

$x = 0$ hoặc $2x + 3 = 0$

$x = 0$ hoặc $x = -\frac{3}{2}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x = 0$ và $x = -\frac{3}{2}$.

b) $x^2 - 5 = 0$

$x^2 = 5$

$x = \sqrt{5}$ hoặc $x = -\sqrt{5}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x = \sqrt{5}$ và $x = -\sqrt{5}$.

Chú ý: Trong một số trường hợp, ta cũng có thể đưa phương trình bậc hai về dạng tích để giải.

Ví dụ 3. Giải phương trình $(x - 3)^2 - 25 = 0$.

Giải

$(x - 3)^2 - 25 = 0$

$(x - 3)^2 - 5^2 = 0$

$(x + 2)(x - 8) = 0$

$x + 2 = 0$ hoặc $x - 8 = 0$

$x = -2$ hoặc $x = 8$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x = -2$ và $x = 8$.

Chú ý: Với phương trình ở Ví dụ 3, ta có thể giải như sau:

$(x - 3)^2 - 25 = 0$

$(x - 3)^2 = 25$

$x - 3 = 5$ hoặc $x - 3 = -5$

$x = 8$ hoặc $x = -2$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x = 8$ và $x = -2$.

Thực hành 2. Giải các phương trình:

a) $3x^2 - 27 = 0$; b) $x^2 - 10x + 25 = 16$.

3. CÔNG THỨC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

3 Cho phương trình bậc hai $x^2 - 4x + 3 = 0$.

a) Thay mỗi dấu $\boxed{?}$ bằng số thích hợp để viết lại phương trình đã cho thành:

$$x^2 - 4x + 4 = \boxed{?} \text{ hay } (x-2)^2 = \boxed{?}. \qquad (*)$$

b) Giải phương trình (*), từ đó tìm nghiệm phương trình đã cho.

Tổng quát, để giải phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$, ta biến đổi như sau:

Chuyển hạng tử tự do sang vế phải, ta được: $ax^2 + bx = -c$.

Vì $a \neq 0$ nên chia cả hai vế cho hệ số a, ta được: $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$ hay $x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{b}{2a} = -\frac{c}{a}$.

Cộng vào hai vế cùng một biểu thức $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$, ta được:

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a} \text{ hay } \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}.$$

Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$ (Δ đọc là "đenta" và gọi là *biệt thức* của phương trình). Ta có:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}.$$

Từ đây ta có công thức nghiệm của phương trình bậc hai như sau:

Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ và biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$.

- Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a};$$

- Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$;
- Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Ví dụ 4. Giải các phương trình:

a) $x^2 - 7x - 8 = 0$; b) $x^2 + 2\sqrt{5}x + 5 = 0$; c) $5x^2 - 2x + 2 = 0$.

Giải

a) Ta có $a = 1$, $b = -7$, $c = -8$.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, (-8) = 81 > 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt là

$$x_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{81}}{2.1} = 8; \quad x_2 = \frac{-(-7) - \sqrt{81}}{2.1} = -1.$$

b) Ta có $a = 1$, $b = 2\sqrt{5}$, $c = 5$.

$\Delta = b^2 - 4ac = (2\sqrt{5})^2 - 4\,.\,1\,.\,5 = 0.$

Vậy phương trình có nghiệm kép là

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = -\frac{2\sqrt{5}}{2} = -\sqrt{5}.$$

c) Ta có $a = 5$, $b = -2$, $c = 2$.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4\,.\,5\,.\,2 = -36 < 0.$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Chú ý: Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có a và c trái dấu, tức là $ac < 0$, thì $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Khi đó, phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Ví dụ 5. Không giải phương trình, hãy nhận xét số nghiệm của phương trình

$$x^2 + 3\,572x - 3\,573 = 0.$$

Giải

Ta có $a = 1 > 0$, $c = -3\,573 < 0$, suy ra a và c trái dấu.

Do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Chú ý: Trong phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$, khi $b = 2b'$ thì

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2b')^2 - 4ac = 4(b'^2 - ac).$$

Đặt $\Delta' = b'^2 - ac$, ta được $\Delta = 4\Delta'$.

Khi đó, ta có *công thức nghiệm thu gọn* như sau:

- Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a},\ x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a};$$

- Nếu $\Delta' = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\dfrac{b'}{a}$;
- Nếu $\Delta' < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Ví dụ 6. Giải phương trình $7x^2 - 12x + 5 = 0$.

Giải

Ta có $a = 7$, $b' = -6$, $c = 5$, $\Delta' = (-6)^2 - 7.\,5 = 1 > 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = \dfrac{-(-6)+1}{7} = 1$; $x_2 = \dfrac{-(-6)-1}{7} = \dfrac{5}{7}$.

Thực hành 3. Giải các phương trình:

a) $7x^2 - 3x + 2 = 0$; b) $3x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$; c) $-2x^2 + 5x + 2 = 0$.

Thực hành 4. Dùng công thức nghiệm thu gọn để giải các phương trình sau:

a) $5x^2 - 12x + 4 = 0$; b) $5x^2 - 2\sqrt{5}x + 1 = 0$.

Vận dụng. Trả lời câu hỏi trong (trang 11).

4. TÌM NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

Ta có thể sử dụng máy tính cầm tay để tìm các nghiệm của phương trình bậc hai.

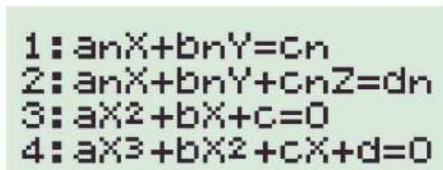
Ví dụ 7. Tìm các nghiệm của phương trình $5x^2 - 6x + 1 = 0$ bằng máy tính cầm tay.

Giải

– Ấn nút ON để khởi động máy.

– Ấn nút MODE, màn hình máy sẽ hiện ra các dòng như hình bên:

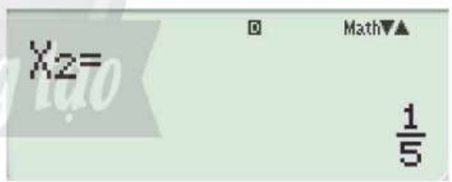
– Ấn nút 5, màn hình sẽ hiện ra các dòng như hình bên:



– Ấn nút 3, rồi nhập các hệ số như sau:

Màn hình hiện ra kết quả như hình bên:

– Ấn , kết quả như hình bên:



Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = 1$ và $x = \frac{1}{5}$.

Chú ý: Đối với các phương trình bậc hai có nghiệm kép hoặc vô nghiệm, sau khi thực hiện tương tự như Ví dụ 7, ta nhận được kết quả hiển thị trên màn hình như sau:

a) $4x^2 + 4x + 1 = 0$

Phương trình có nghiệm kép $x = -\frac{1}{2}$.

b) $2x^2 + 3 = 0$

Phương trình vô nghiệm.

Thực hành 5. Tìm các nghiệm của mỗi phương trình sau bằng máy tính cầm tay.

a) $3x^2 - 8x + 4 = 0$; b) $5x^2 - 2\sqrt{5}x + 12 = 0$; c) $2x^2 - 8x + 8 = 0$.

5. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

4 Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 100 m, diện tích 576 m^2.

Gọi x (m) là chiều rộng của mảnh đất ($0 < x < 50$).

Hãy lập phương trình biểu thị mối liên hệ giữa chiều rộng, chiều dài và diện tích của mảnh đất.

Để giải bài toán bằng cách lập phương trình bậc hai, ta thực hiện như sau:

Bước 1: Lập phương trình:

– Chọn ẩn và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn.

– Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.

– Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình nói trên.

Bước 3: Kiểm tra các nghiệm tìm được ở Bước 2 có thoả mãn điều kiện của ẩn hay không, rồi trả lời bài toán.

Ví dụ 8. Hai xe ô tô khởi hành cùng một lúc từ thành phố A đến thành phố B cách nhau 120 km. Tốc độ của xe thứ nhất nhanh hơn tốc độ xe thứ hai là 10 km/h nên đã đến sớm hơn xe thứ hai 24 phút. Tính tốc độ của mỗi xe.

Giải

Gọi x (km/h) là tốc độ của xe thứ hai ($x > 0$).

Tốc độ của xe thứ nhất là $x + 10$ (km/h).

Thời gian xe thứ hai đi từ thành phố A đến thành phố B là $\frac{120}{x}$ (giờ).

Thời gian xe thứ nhất đi từ thành phố A đến thành phố B là $\frac{120}{x+10}$ (giờ).

Vì xe thứ nhất đến sớm hơn xe thứ hai 24 phút = $\frac{2}{5}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+10} = \frac{2}{5}.$$

Biến đổi phương trình trên, ta được:

$$120 \,.\, 5 \,.\, (x + 10) - 120 \,.\, 5 \,.\, x = 2 \,.\, x \,.\, (x + 10) \text{ hay } x^2 + 10x - 3\,000 = 0.$$

Giải phương trình trên, ta được $x_1 = 50$ (thoả mãn điều kiện $x > 0$); $x_2 = -60$ (loại).

Vậy tốc độ của xe thứ hai là 50 km/h, tốc độ của xe thứ nhất là $50 + 10 = 60$ (km/h).

Thực hành 6. Một sân khấu ngoài trời có dạng hình chữ nhật, chiều dài hơn chiều rộng 2 m, độ dài đường chéo là 10 m. Tính diện tích của sân khấu đó.

BÀI TẬP

1. Giải các phương trình:

a) $5x^2 + 7x = 0$; b) $5x^2 - 15 = 0$.

2. Dùng công thức nghiệm để giải các phương trình sau và kiểm tra kết quả bằng máy tính cầm tay.

a) $x^2 - x - 20 = 0$; b) $6x^2 - 11x - 35 = 0$;

c) $16y^2 + 24y + 9 = 0$; d) $3x^2 + 5x + 3 = 0$;

e) $x^2 - 2\sqrt{3}x - 6 = 0$; g) $x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 2\sqrt{3} = 0$.

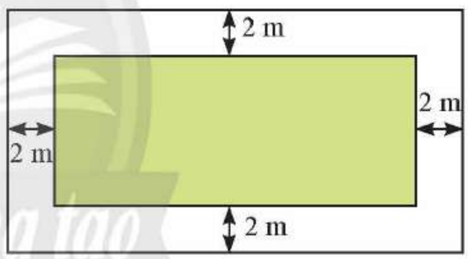
3. Giải các phương trình:

a) $x(x + 8) = 20$; b) $x(3x - 4) = 2x^2 + 5$;

c) $(x - 5)^2 + 7x = 65$; d) $(2x + 3)(2x - 3) = 5(2x + 3)$.

4. Quãng đường từ thành phố A đến thành phố B dài 150 km. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ A đi đến B. Biết tốc độ ô tô thứ nhất lớn hơn tốc độ ô tô thứ hai là 10 km/h và ô tô thứ nhất đến B trước ô tô thứ hai là 30 phút. Tính tốc độ của mỗi xe.

5. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi 280 m. Người ta để một lối đi xung quanh vườn rộng 2 m. Phần đất còn lại dùng để trồng rau có diện tích 4 256 m^2 (Hình 1). Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn đó.



Hình 1

6. Nếu đổ thêm 250 g nước vào một dung dịch chứa 50 g muối thì nồng độ dung dịch sẽ giảm 10%. Tính nồng độ dung dịch lúc đầu.

7. Một công ty vận tải điều một số xe tải để chở 90 tấn hàng. Khi đến kho hàng thì có 2 xe bị hỏng nên để chở hết số hàng thì mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,5 tấn so với dự định ban đầu. Hỏi số xe được điều đến chở hàng là bao nhiêu? Biết rằng khối lượng hàng chở ở mỗi xe là như nhau.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được khái niệm phương trình bậc hai một ẩn.

– Giải được phương trình bậc hai một ẩn.

– Tính được nghiệm phương trình bậc hai một ẩn bằng máy tính cầm tay.

– Vận dụng được phương trình bậc hai vào giải quyết bài toán thực tiễn.

Bài 3 ĐỊNH LÍ VIÈTE

Khu vườn nhà kính hình chữ nhật của bác Thanh có nửa chu vi bằng 60 m, diện tích 884 m^2. Làm thế nào để tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn?

1. ĐỊNH LÍ VIÈTE

1 Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có hai nghiệm x_1, x_2.
Tính $x_1 + x_2$ và $x_1 . x_2$.

Từ 1, ta thấy mối liên hệ giữa các nghiệm và các hệ số của phương trình. Mối liên hệ đó đã được phát hiện bởi nhà toán học François Viète (Phrăng-xoa Vi-ét, người Pháp) và được phát biểu thành định lí mang tên ông.

Định lí Viète

Nếu phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có hai nghiệm x_1, x_2 thì tổng và tích của hai nghiệm đó là:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \qquad P = x_1 . x_2 = \frac{c}{a}.$$

Ví dụ 1. Không giải phương trình, hãy tính tổng và tích các nghiệm (nếu có) của các phương trình:

a) $x^2 - 7x + 5 = 0$; b) $5x^2 - 2x + 7 = 0$.

Giải

a) Ta có $\Delta = (-7)^2 - 4 . 1 . 5 = 29 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2.

Theo định lí Viète, ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 7$; $x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = 5$.

b) Ta có $\Delta = (-2)^2 - 4 . 5 . 7 = -136 < 0$ nên phương trình vô nghiệm.

Ví dụ 2. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 5x + 3 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị các biểu thức:

a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; b) $x_1^2 + x_2^2$.

Giải

Phương trình $x^2 - 5x + 3 = 0$ có $\Delta = 13 > 0$ nên nó có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Theo định lí Viète, ta có:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 5;\ x_1.x_2 = \frac{c}{a} = 3.$$

a) Ta có: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \frac{5}{3}$.

b) Ta có: $(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$.

Suy ra $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 5^2 - 2.3 = 19$.

Nhận xét:

- Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có $a + b + c = 0$ thì phương trình có một nghiệm là $x_1 = 1$, nghiệm còn lại là $x_2 = \frac{c}{a}$.
- Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có $a - b + c = 0$ thì phương trình có một nghiệm là $x_1 = -1$, nghiệm còn lại là $x_2 = -\frac{c}{a}$.

Ví dụ 3. Tính nhẩm nghiệm của các phương trình:

a) $15x^2 + 7x - 22 = 0$; b) $18x^2 - 7x - 25 = 0$.

Giải

a) Phương trình $15x^2 + 7x - 22 = 0$ có $a + b + c = 15 + 7 + (-22) = 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{22}{15}$.

b) Phương trình $18x^2 - 7x - 25 = 0$ có $a - b + c = 18 - (-7) + (-25) = 0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x_1 = -1$; $x_2 = -\frac{c}{a} = \frac{25}{18}$.

Thực hành 1. Tính tổng và tích các nghiệm (nếu có) của mỗi phương trình:

a) $x^2 - 2\sqrt{7}x + 7 = 0$; b) $15x^2 - 2x - 7 = 0$; c) $35x^2 - 12x + 2 = 0$.

Thực hành 2. Cho phương trình $x^2 + 4x - 21 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của các biểu thức:

a) $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2}$; b) $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$.

Thực hành 3. Tính nhẩm nghiệm của các phương trình:

a) $-315x^2 - 27x + 342 = 0$; b) $2022x^2 + 2023x + 1 = 0$.

2. TÌM HAI SỐ KHI BIẾT TỔNG VÀ TÍCH CỦA CHÚNG

2 Cho hai số u và v có tổng $u + v = 8$ và tích $uv = 15$.

a) Từ $u + v = 8$, biểu diễn u theo v rồi thay vào $uv = 15$, ta nhận được phương trình ẩn v nào?

b) Nếu biểu diễn v theo u thì nhận được phương trình ẩn u nào?

Từ 2, một cách tổng quát ta có:

Nếu hai số có *tổng* bằng S và *tích* bằng P thì hai số đó là nghiệm của phương trình:

$$x^2 - Sx + P = 0.$$

Điều kiện để có hai số đó là $S^2 - 4P \geq 0$.

Ví dụ 4. Tìm hai số (nếu có) trong mỗi trường hợp sau:

a) Tổng của chúng bằng 23 và tích của chúng bằng 120;

b) Tổng của chúng bằng 10 và tích của chúng bằng 30.

Giải

a) Hai số cần tìm là nghiệm của phương trình $x^2 - 23x + 120 = 0$.

Ta có $\Delta = (-23)^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, 120 = 49$; $\sqrt{\Delta} = \sqrt{49} = 7$;

$x_1 = \dfrac{23+7}{2} = 15$; $x_2 = \dfrac{23-7}{2} = 8$.

Vậy hai số cần tìm là 15 và 8.

b) Ta có $S = 10$; $P = 30$.

$S^2 - 4P = 10^2 - 4 \,.\, 30 = -20 < 0$.

Vậy không có hai số thoả mãn điều kiện đã cho.

Thực hành 4.

a) Tìm hai số, biết tổng của chúng bằng 15 và tích của chúng bằng 44.

b) Có tồn tại hai số a và b có tổng bằng 7 và tích bằng 13 không?

Vận dụng. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn trong (trang 18).

BÀI TẬP

1. Không giải phương trình, hãy tính tổng và tích các nghiệm (nếu có) của mỗi phương trình:

a) $3x^2 - 9x + 5 = 0$; b) $25x^2 - 20x + 4 = 0$;

c) $5x^2 - 9x + 15 = 0$; d) $5x^2 - 2\sqrt{3}x - 3 = 0$.

2. Tính nhẩm nghiệm của các phương trình:

a) $24x^2 - 19x - 5 = 0$; b) $2,5x^2 + 7,2x + 4,7 = 0$;

c) $\frac{3}{2}x^2 + 5x + \frac{7}{2} = 0$; d) $2x^2 - (2+\sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$.

3. Tìm hai số u và v (nếu có) trong mỗi trường hợp sau:

a) $u + v = 29$, $uv = 154$; b) $u + v = -6$, $uv = -135$; c) $u + v = 5$, $uv = 24$.

4. Cho phương trình $x^2 - 19x - 5 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của các biểu thức:

a) $A = x_1^2 + x_2^2$; b) $B = \frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2}$; c) $C = \frac{3}{x_1 + 2} + \frac{3}{x_2 + 2}$.

5. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 116 m, diện tích 805 m^2. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

Giải thích được định lí Viète và ứng dụng (ví dụ: tính nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai, tìm hai số biết tổng và tích của chúng, ...).

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 6

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Kết luận nào sau đây đúng khi nói về đồ thị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$?

A. Với $a > 0$, đồ thị nằm phía trên trục hoành và O là điểm cao nhất của đồ thị.

B. Với $a < 0$, đồ thị nằm phía dưới trục hoành và O là điểm thấp nhất của đồ thị.

C. Với $a > 0$, đồ thị nằm phía dưới trục hoành và O là điểm thấp nhất của đồ thị.

D. Với $a < 0$, đồ thị nằm phía dưới trục hoành và O là điểm cao nhất của đồ thị.

2. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$?

A. $(4; 4)$. B. $(-4; 8)$. C. $(-4; -8)$. D. $(4; -4)$.

3. Cho hàm số $y = 2x^2$. Khi $y = 2$ thì

A. $x = 1$.

B. $x = 2$ hoặc $x = -2$.

C. $x = 1$ hoặc $x = -1$.

D. $x = 2$.

4. Đồ thị của hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ đi qua điểm $A(2; -2)$. Giá trị của a bằng

A. 2.

B. –2.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

5. Nghiệm của phương trình $x^2 - 14x + 13 = 0$ là

A. $x_1 = -1; x_2 = 13$.

B. $x_1 = -1; x_2 = -13$.

C. $x_1 = 1; x_2 = -13$.

D. $x_1 = 1; x_2 = 13$.

6. Phương trình nào dưới đây **không** là phương trình bậc hai một ẩn?

A. $x^2 - \sqrt{7}x + 7 = 0$.

B. $3x^2 + 5x - 2 = 0$.

C. $2x^2 - 2\,365 = 0$.

D. $-7x + 25 = 0$.

7. Gọi S và P lần lượt là tổng và tích của hai nghiệm của phương trình $x^2 + 5x - 10 = 0$. Khi đó giá trị của S và P là

A. $S = 5; P = 10$.

B. $S = -5; P = 10$.

C. $S = -5; P = -10$.

D. $S = 5; P = -10$.

8. Cho phương trình $x^2 + 7x - 15$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Khi đó giá trị của biểu thức $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ là

A. 79.

B. 94.

C. –94.

D. –79.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

9. Cho hai hàm số: $y = \frac{3}{2}x^2$ và $y = -x^2$. Vẽ đồ thị của hai hàm số đã cho trên cùng mặt phẳng toạ độ Oxy.

10. Cho hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$.

a) Tìm a để đồ thị hàm số đi qua điểm $M(2; 2)$.

b) Vẽ đồ thị (P) của hàm số với a vừa tìm được.

c) Tìm các điểm thuộc đồ thị (P) có tung độ $y = 8$.

11. Giải các phương trình:

a) $x^2 - 12x = 0$;

b) $13x^2 + 25x - 38 = 0$;

c) $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$;

d) $x(x + 3) = 27 - (11 - 3x)$.

12. Tính nhẩm nghiệm của các phương trình sau và kiểm tra kết quả bằng máy tính cầm tay.

a) $14x^2 - 13x - 27 = 0$;
b) $5{,}4x^2 + 8x + 2{,}6 = 0$;
c) $\frac{2}{3}x^2 + 2x - \frac{8}{3} = 0$;
d) $3x^2 - (3 + \sqrt{5})x + \sqrt{5} = 0$.

13. Tìm hai số u và v trong mỗi trường hợp sau:

a) $u + v = -2$; $uv = -35$;
b) $u + v = 8$; $uv = -105$.

14. Cho phương trình $2x^2 - 7x + 6 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình.

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = (x_1 + 2x_2)(x_2 + 2x_1) - x_1^2x_2^2$.

15. Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24 km. Khi đi từ B trở về A, nhờ xuôi gió nên tốc độ lúc về nhanh hơn tốc độ lúc đi là 4 km/h, vì thế thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính tốc độ của xe đạp khi đi từ A đến B.

16. Một đội thợ mỏ phải khai thác 216 tấn than trong một thời gian nhất định. Ba ngày đầu, mỗi ngày khai thác theo đúng định mức. Sau đó, mỗi ngày họ đều khai thác vượt mức 8 tấn. Do đó họ đã khai thác được 232 tấn và xong trước thời hạn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày đội thợ phải khai thác bao nhiêu tấn than?

17. Miếng kim loại thứ nhất nặng 585 g, miếng kim loại thứ hai nặng 420 g. Thể tích của miếng thứ nhất nhỏ hơn thể tích miếng thứ hai là 10 cm^3, nhưng khối lượng riêng của miếng thứ nhất lớn hơn khối lượng riêng của miếng thứ hai là 9 g/cm^3. Biết công thức tính khối lượng riêng của một vật là $D = \frac{m}{V}$, trong đó: D (g/cm^3) là khối lượng riêng, m (g) là khối lượng của vật, V (cm^3) là thể tích của vật. Tìm khối lượng riêng của mỗi miếng kim loại.

18. Hai dung dịch muối có tổng khối lượng bằng 220 kg. Lượng muối trong dung dịch I là 5 kg, lượng muối trong dung dịch II là 4,8 kg. Biết nồng độ muối trong dung dịch I nhiều hơn nồng độ muối trong dung dịch II là 1%. Tính khối lượng mỗi dung dịch nói trên.

Phần MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

Chương 7 MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ

Trong chương này, các em sẽ tiếp tục tìm hiểu phương pháp mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng, biểu đồ cột, biểu đồ hình quạt tròn, biểu đồ đoạn thẳng. Các em sẽ làm quen với bảng tần số và biểu đồ tần số, bảng tần số tương đối và biểu đồ tần số tương đối. Các em sẽ lí giải và thực hiện chuyển dữ liệu từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác, đồng thời phát hiện và lí giải được số liệu không chính xác dựa vào các mối liên hệ toán học đơn giản.

Sử dụng các bảng, biểu đồ để thể hiện dữ liệu giúp cho việc thuyết trình, trao đổi, phân tích dữ liệu được dễ dàng hơn.

Bài 1 BẢNG TẦN SỐ VÀ BIỂU ĐỒ TẦN SỐ

Bạn Châu ghi lại điểm bài kiểm tra, đánh giá định kì môn Toán của một số bạn học sinh khối 9 như sau:

6	9	9	8	10
8	8	6	9	7
8	8	6	10	9
7	6	9	10	9
7	7	7	9	10
10	7	8	8	7

Có thể thu gọn bảng số liệu trên được không?

1. TẦN SỐ VÀ BẢNG TẦN SỐ

Hãy thực hiện kiểm đếm và hoàn thành bảng bên từ số liệu mà bạn Châu thu thập được ở .

Điểm số	Kiểm đếm	Số học sinh
6	||||	?
7	~~||||~~ ||	?
8	?	?
9	?	?
10	?	?

Các điểm số mà bạn Châu thu thập được trong tạo nên một mẫu dữ liệu. Trong ta thấy, mẫu dữ liệu này có 5 giá trị là 6; 7; 8; 9 và 10. Các số tìm được trên cột "Số học sinh" cho biết số lần xuất hiện (gọi là tần số) của mỗi giá trị trong mẫu số liệu.

Tổng quát, ta có định nghĩa:

Mẫu dữ liệu là tập hợp các dữ liệu thu thập được theo tiêu chí cho trước.
Số lần xuất hiện của một giá trị trong mẫu dữ liệu được gọi là *tần số* của giá trị đó.

Khi trong mẫu dữ liệu có nhiều giá trị có tần số xuất hiện lớn hơn 1, người ta thường biểu diễn dữ liệu bởi bảng tần số.

Bảng tần số biểu diễn tần số của mỗi giá trị trong mẫu dữ liệu.
Bảng gồm hai dòng, dòng trên ghi các giá trị khác nhau của mẫu dữ liệu, dòng dưới ghi các tần số tương ứng với mỗi giá trị đó.

Ví dụ 1. Một đội bóng đã thi đấu 26 trận trong một mùa giải. Số bàn thắng mà đội đó ghi được trong từng trận đấu được thống kê lại như sau:

2	3	2	3	3	1	0	3	1	0	1	1	2
2	4	0	0	2	2	0	5	4	2	0	2	0

Mẫu dữ liệu trên có bao nhiêu giá trị khác nhau? Xác định tần số của mỗi giá trị và lập bảng tần số của mẫu dữ liệu.

Giải

Mẫu dữ liệu có các giá trị là: 0; 1; 2; 3; 4; 5.
Tần số của các giá trị 0; 1; 2; 3; 4; 5 lần lượt là 7; 4; 8; 4; 2; 1.
Bảng tần số:

Số bàn thắng	0	1	2	3	4	5
Tần số	7	4	8	4	2	1

Chú ý:
– Khi dữ liệu là các số thì mẫu dữ liệu còn được gọi là *mẫu số liệu*.
– Số các dữ liệu trong mẫu được gọi là *cỡ mẫu*, thường được kí hiệu là N. Cỡ mẫu N cũng bằng tổng các tần số của từng giá trị khác nhau. Chẳng hạn, trong Ví dụ 1, cỡ mẫu N = 26.
– Có thể chuyển bảng tần số dạng "ngang" như trên thành bảng tần số dạng "dọc" như sau:

Số bàn thắng	**Tần số**
0	7
1	4
2	8
3	4
4	2
5	1

Nhận xét: Bảng tần số giúp chúng ta nhanh chóng quan sát các đặc điểm của mẫu dữ liệu như số lần xuất hiện của mỗi giá trị, giá trị xuất hiện nhiều lần nhất, giá trị xuất hiện ít lần nhất, … . Bảng tần số cũng rất tiện lợi cho việc tính toán với mẫu dữ liệu.

Ví dụ 2. Người ta đếm số lượng người ngồi trên mỗi chiếc xe ô tô 5 chỗ đi qua một trạm thu phí trong khoảng thời gian từ 9 giờ đến 10 giờ sáng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

5	4	5	2	3	2	5	2	1	2	1	1	2	5	1
1	1	3	2	1	1	4	1	1	4	1	2	1	4	1
2	3	2	3	2	3	2	3	3	1	2	1	3	2	2
1	4	3	2	3	1	3	5	1	2	3	5	1	2	1

a) Lập bảng tần số cho mẫu số liệu trên.

b) Hãy cho biết số người ngồi trên xe phổ biến nhất là bao nhiêu.

Giải

a) Bảng tần số:

Số người	1	2	3	4	5
Tần số	20	17	12	5	6

b) Theo bảng tần số trên, số người ngồi trên xe phổ biến nhất là 1 người.

Thực hành 1. Số cuộc gọi đến một tổng đài hỗ trợ khách hàng mỗi ngày trong tháng 4/2022 được ghi lại như sau:

4	2	6	3	6	3	2	5	4	2	5	4	3	3	3
3	5	4	4	3	4	6	5	3	6	3	5	3	5	5

a) Xác định cỡ mẫu.

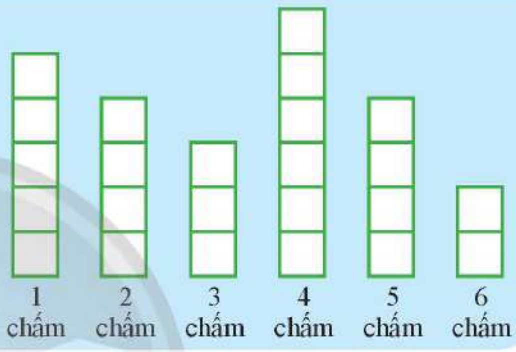
b) Lập bảng tần số cho mẫu số liệu trên.

c) Có bao nhiêu giá trị có tần số lớn hơn 4?

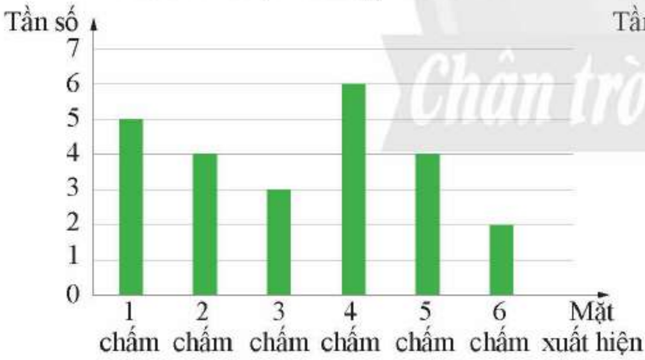
2. BIỂU ĐỒ TẦN SỐ

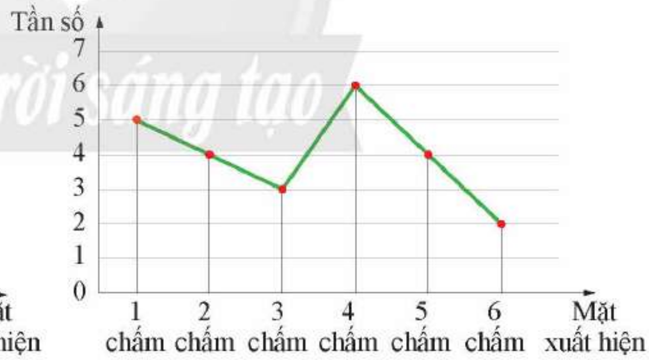
2 Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất 24 lần. Sau mỗi lần gieo, vẽ thêm một ô vuông lên trên cột ghi kết quả tương ứng như hình bên.

Độ cao của mỗi cột cho ta biết thông tin gì về kết quả của 24 lần gieo?



Ta có thể biểu diễn tần số của mỗi mặt trong 24 lần gieo trên bởi biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng như sau:





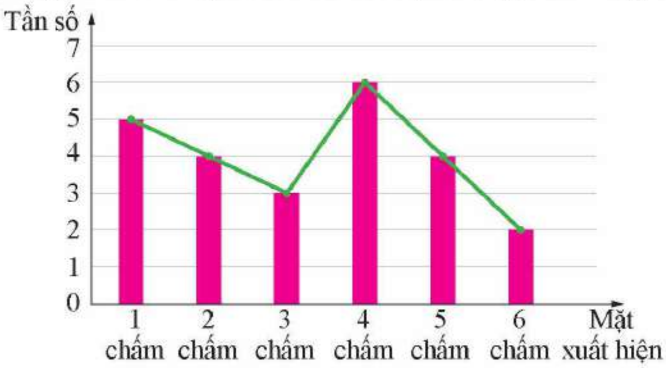
Hai biểu đồ trên đều được gọi là biểu đồ tần số. Tổng quát, ta có định nghĩa:

Biểu đồ biểu diễn tần số của các giá trị trong mẫu dữ liệu gọi là *biểu đồ tần số*. Biểu đồ tần số thường có dạng cột hoặc dạng đoạn thẳng.

Trong biểu đồ tần số dạng cột, mỗi cột tương ứng với một giá trị, chiều cao của cột tương ứng tần số của giá trị.

Trong biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng, đường gấp khúc đi từ trái qua phải nối các điểm có hoành độ là giá trị số liệu và tung độ là tần số của giá trị đó.

Chú ý: Có thể kết hợp biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng trên cùng một biểu đồ như sau:



Ví dụ 3. Vào đợt nghỉ hè vừa rồi, mỗi ngày bạn Bình đều học thêm một số từ vựng tiếng Anh mới. Số lượng từ vựng mới bạn Bình học mỗi ngày được biểu diễn ở biểu đồ cột như hình bên.

a) Số lượng từ vựng mới mà bạn Bình học mỗi ngày nhận những giá trị nào? Tìm tần số của mỗi giá trị đó.

b) Bạn Bình đã học từ vựng tiếng Anh mới trong bao nhiêu ngày?

c) Có bao nhiêu ngày bạn Bình học nhiều hơn 7 từ vựng mới?

Giải

a) Số lượng từ vựng mới bạn Bình học được mỗi ngày nhận các giá trị là 5; 6; 7; 8; 9.

Tần số của các giá trị đó lần lượt là 12; 8; 5; 4; 2.

b) Số ngày bạn Bình học từ vựng mới là

$$12 + 8 + 5 + 4 + 2 = 31 \text{ (ngày)}.$$

c) Số ngày bạn Bình học nhiều hơn 7 từ vựng mới là $4 + 2 = 6$ (ngày).

Ví dụ 4. Một khu vui chơi dành cho trẻ em thống kê lại độ tuổi của một số trẻ em đến chơi trong một ngày ở bảng tần số như sau:

Tuổi	3	4	5	6	7	8
Tần số	4	5	4	5	11	7

a) Hãy vẽ các biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số liệu ở bảng tần số.

b) Theo biểu đồ ở câu a, trong số các trẻ em đến khu vui chơi, trẻ em ở độ tuổi nào là nhiều nhất?

Giải

a) Biểu đồ cột:

Biểu đồ đoạn thẳng:

b) Theo biểu đồ trên, trong số các trẻ em đến khu vui chơi, trẻ em 7 tuổi là nhiều nhất.

Thực hành 2. Bác An thống kê lại số cuộc gọi điện thoại mà mình thực hiện mỗi ngày trong tháng 7 ở bảng tần số như sau:

Số cuộc gọi	5	6	7	8	9
Tần số (số ngày)	2	5	9	11	4

Hãy vẽ biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn mẫu số liệu trên.

Vận dụng. Một địa phương cho trẻ em từ 12 tháng tuổi trở lên tiêm vắc xin phòng viêm não Nhật Bản. Bảng sau thống kê số mũi vắc xin phòng viêm não Nhật Bản mà 50 trẻ em từ 12 đến 24 tháng tuổi tại địa phương này đã tiêm:

Số mũi tiêm	0	1	2	3
Số trẻ	4	?	26	8

a) Hoàn thành bảng tần số trên.

b) Trẻ em từ 12 đến 24 tháng tuổi cần hoàn thành 3 mũi tiêm cơ bản của vắc xin phòng viêm não Nhật Bản. Hỏi có bao nhiêu trẻ em đã được thống kê ở trên cần phải hoàn thành lộ trình tiêm vắc xin này?

c) Hãy vẽ biểu đồ cột biểu diễn mẫu số liệu trên.

BÀI TẬP

1. Biểu đồ bên thống kê thời gian công tác (theo năm) của các y tá ở một phòng khám.

a) Các y tá của phòng khám có thời gian công tác nhận những giá trị nào? Tìm tần số của mỗi giá trị đó.

b) Phòng khám có tổng số bao nhiêu y tá?

c) Có bao nhiêu y tá đã công tác ở phòng khám ít nhất 3 năm?

2. Kết quả của 20 học sinh trường A tham gia vòng chung kết cuộc thi Tìm hiểu Lịch sử Việt Nam được cho ở bảng sau:

Số báo danh	Điểm thi	Xếp hạng	Số báo danh	Điểm thi	Xếp hạng
01	9	Nhì	11	7	Ba
02	10	Nhất	12	8	Nhì
03	7	Ba	13	7	Ba
04	6	Ba	14	4	Không đạt giải
05	5	Không đạt giải	15	10	Nhất
06	6	Ba	16	8	Nhì
07	8	Nhì	17	8	Nhì
08	6	Ba	18	7	Ba
09	5	Không đạt giải	19	5	Không đạt giải
10	7	Ba	20	10	Nhất

a) Hãy lập bảng tần số theo điểm số của học sinh và vẽ biểu đồ đoạn thẳng tương ứng.

b) Hãy lập bảng tần số theo xếp hạng của học sinh và vẽ biểu đồ cột tương ứng.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

- Xác định được tần số của một giá trị.
- Thiết lập được bảng tần số, biểu đồ tần số (biểu diễn các giá trị và tần số của chúng ở dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng).
- Giải thích được ý nghĩa và vai trò của tần số trong thực tiễn.
- Lí giải và thiết lập được dữ liệu vào bảng, biểu đồ thích hợp ở dạng: bảng thống kê; biểu đồ cột; biểu đồ đoạn thẳng.
- Lí giải và thực hiện được cách chuyển dữ liệu từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.

Bài 2 BẢNG TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI VÀ BIỂU ĐỒ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI

Tại một trại hè thanh thiếu niên quốc tế, người ta tìm hiểu xem mỗi đại biểu tham dự có thể sử dụng được bao nhiêu ngoại ngữ. Kết quả được biểu diễn như bảng sau.

Số ngoại ngữ	1	2	3	4	≥ 5
Số đại biểu	84	64	24	16	12

Hãy tính tỉ lệ phần trăm đại biểu sử dụng được ít nhất hai ngoại ngữ.

1. BẢNG TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI

1 Điều tra về "Loại nhạc cụ bạn muốn chơi nhất" đối với các bạn trong lớp, bạn Dương thu được ý kiến trả lời và ghi lại như dưới đây:

Đàn piano	Trống	Đàn bầu	Đàn piano	Đàn guitar
Đàn guitar	Sáo	Đàn guitar	Đàn guitar	Đàn piano
Sáo	Đàn piano	Sáo	Kèn harmonica	Đàn violin
Trống	Đàn guitar	Đàn bầu	Đàn piano	Đàn piano
Đàn violin	Đàn piano	Đàn violin	Sáo	Trống
Kèn harmonica	Đàn violin	Đàn piano	Đàn piano	Đàn guitar

a) Có bao nhiêu loại nhạc cụ được các bạn nêu ra?

b) Hãy xác định tỉ lệ phần trăm học sinh chọn mỗi loại nhạc cụ.

Tỉ lệ phần trăm học sinh chọn đàn piano còn được gọi là tần số tương đối của "đàn piano" trong mẫu số liệu trên.

Tần số tương đối của một giá trị x trong mẫu dữ liệu được tính theo công thức $f = \frac{m}{N}.100\%$, trong đó m là tần số của x và N là cỡ mẫu.

Bảng tần số tương đối biểu diễn tần số tương đối của mỗi giá trị trong mẫu dữ liệu. Bảng gồm hai dòng (hoặc hai cột), dòng (hoặc cột) thứ nhất ghi các giá trị khác nhau của mẫu dữ liệu, dòng (hoặc cột) thứ hai ghi các tần số tương đối tương ứng với mỗi giá trị đó.

Bảng sau ghi lại tần số tương đối của tất cả các loại nhạc cụ trong mẫu số liệu trên.

Nhạc cụ	Tần số tương đối
Đàn piano	30,0%
Đàn guitar	20,0%
Đàn bầu	6,7%
Đàn violin	13,3%
Kèn harmonica	6,7%
Sáo	13,3%
Trống	10,0%

Ví dụ 1. Sau bài thi môn Ngữ văn, cô giáo ghi lại số lỗi chính tả mà một số học sinh mắc phải vào bảng thống kê sau:

2	5	2	2	1	3	4	0	5	2	5	1	2	1	3	5	1	0	4	1
4	2	1	4	3	3	2	0	4	5	4	5	1	4	1	1	0	3	1	4

a) Mẫu số liệu trên gồm những giá trị khác nhau nào?

b) Hãy lập bảng tần số và bảng tần số tương đối của số lỗi chính tả mà học sinh mắc phải.

c) Trong số học sinh được khảo sát, cô giáo muốn chọn ra 35% số học sinh mắc nhiều lỗi nhất để hướng dẫn cách sửa. Hỏi cô giáo cần chọn các học sinh mắc bao nhiêu lỗi?

Giải

a) Các giá trị khác nhau của mẫu số liệu là: 0; 1; 2; 3; 4; 5.

b) Kích thước mẫu N = 40.

Bảng tần số:

Số lỗi chính tả	0	1	2	3	4	5
Tần số	4	10	7	5	8	6

Vì tần số của giá trị 0 là 4 nên tần số tương đối của giá trị 0 là $\frac{4}{40} . 100\% = 10,0\%$.

Vì tần số của giá trị 1 là 10 nên tần số tương đối của giá trị 1 là $\frac{10}{40} . 100\% = 25,0\%$.

Tương tự, ta tính được tần số tương đối của các giá trị 2; 3; 4; 5 lần lượt là 17,5%; 12,5%; 20,0%; 15,0%.

Ta thu được bảng tần số tương đối như sau:

Số lỗi chính tả	0	1	2	3	4	5
Tần số tương đối	10,0%	25,0%	17,5%	12,5%	20,0%	15,0%

c) Vì 20,0% + 15,0% = 35% nên cô giáo cần chọn các bạn mắc 4 lỗi hoặc 5 lỗi.

Nhận xét: Bảng tần số tương đối giúp chúng ta nhanh chóng quan sát được đặc điểm của mẫu dữ liệu như tần số tương đối của mỗi giá trị, giá trị xuất hiện thường xuyên nhất, giá trị xuất hiện ít thường xuyên nhất, … . Bảng tần số tương đối cũng giúp chúng ta so sánh mức độ xuất hiện thường xuyên của một giá trị trong nhiều mẫu số liệu khác nhau.

Chú ý:

– Tổng tần số tương đối của tất cả các giá trị luôn bằng 100%.

– Có thể ghép bảng tần số và bảng tần số tương đối thành *bảng tần số – tần số tương đối* như sau:

Số lỗi chính tả	0	1	2	3	4	5
Tần số	4	10	7	5	8	6
Tần số tương đối	10,0%	25,0%	17,5%	12,5%	20,0%	15,0%

Ví dụ 2. Bạn Linh gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất một số lần và ghi lại tần số tương đối số lần xuất hiện của mỗi mặt trong bảng thống kê sau:

Mặt	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Tần số tương đối	15%	18%	12%	21%	16%	13%

Số liệu trong bảng tần số tương đối trên có hợp lí không? Tại sao?

Giải

Ta có: 15% + 18% + 12% + 21% + 16% + 13% = 95%.

Như vậy, số liệu trong bảng tần số tương đối là không hợp lí vì tổng tần số tương đối của tất cả các giá trị nhỏ hơn 100%.

Thực hành 1. Trong bảng số liệu sau có một số liệu không chính xác. Hãy tìm số liệu đó và sửa lại cho đúng.

Tần số	4	9	7	5
Tần số tương đối	16%	46%	28%	20%

Vận dụng 1.

a) Hãy lập bảng tần số tương đối cho bài toán ở (trang 31).

b) Tại trại hè thanh thiếu niên quốc tế tổ chức 1 năm trước đó, có 54 trong tổng số 220 đại biểu tham dự có thể sử dụng được từ 3 ngoại ngữ trở lên. Có ý kiến cho rằng: "Tỉ lệ đại biểu sử dụng được từ 3 ngoại ngữ trở lên có tăng giữa hai năm đó". Ý kiến đó đúng hay sai? Giải thích.

2. BIỂU ĐỒ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI

2 Khảo sát ngẫu nhiên 200 người về nhóm máu của họ. Kết quả thu được thể hiện ở biểu đồ hình quạt tròn như hình bên.

Hãy cho biết nhóm máu nào phổ biến nhất, nhóm máu nào hiếm nhất.

Để biểu diễn trực quan tần số tương đối của các giá trị trong mẫu dữ liệu, người ta thường dùng biểu đồ hình quạt tròn hoặc biểu đồ cột.

Biểu đồ biểu diễn tần số tương đối của các giá trị trong mẫu dữ liệu gọi là *biểu đồ tần số tương đối*.

Biểu đồ tần số tương đối thường có dạng hình quạt tròn hoặc dạng cột.

Trong biểu đồ hình quạt tròn, hình quạt tròn biểu thị tần số tương đối a% có số đo cung tương ứng là $a\% \cdot 360^\circ = 3{,}6a^\circ$.

Trong biểu đồ cột, độ cao của mỗi cột tương ứng với tần số tương đối của từng giá trị.

Ví dụ 3. Bạn Minh thống kê lại số quyển sách mà mỗi bạn trong lớp đã đọc sau tuần lễ đọc sách và ghi lại trong bảng dưới đây:

Số quyển sách	0	1	2	3	4
Số học sinh	2	8	16	4	2

a) Lập bảng tần số tương đối biểu diễn số liệu trên.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng hình quạt tròn biểu diễn số liệu trên.

Giải

a) Tổng số học sinh là: 2 + 8 + 16 + 4 + 2 = 32.

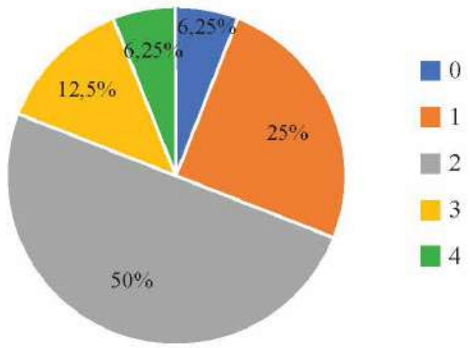
Số quyển sách	0	1	2	3	4
Tần số tương đối	6,25%	25%	50%	12,5%	6,25%

b) Số đo cung tròn tương ứng với các hình quạt tròn biểu diễn tần số tương đối của các giá trị như sau:

Số quyển sách	0	1	2	3	4
Số đo cung	$22{,}5^\circ$	90°	180°	45°	$22{,}5^\circ$

Ta vẽ được biểu đồ hình quạt tròn như sau:

Tần số tương đối của số học sinh theo số lượng sách đã đọc



Ví dụ 4. Đầu năm 2022, một công ty vận tải khảo sát ngẫu nhiên một số khách hàng về mức độ hài lòng khi sử dụng dịch vụ của công ty. Trong năm 2022, công ty đã tiến hành một số cải tiến và đến cuối năm 2022, công ty lại tiến hành khảo sát.

Dữ liệu về số lượng phản hồi theo các mức độ của khách hàng trong hai đợt khảo sát được thống kê lại ở bảng sau:

Mức độ hài lòng / **Đợt khảo sát**	Không hài lòng	Hài lòng	Rất hài lòng
Đầu năm 2022	24	60	16
Cuối năm 2022	18	84	48

a) Hãy lựa chọn và vẽ biểu đồ phù hợp để so sánh mức độ hài lòng của khách hàng trong hai đợt khảo sát.

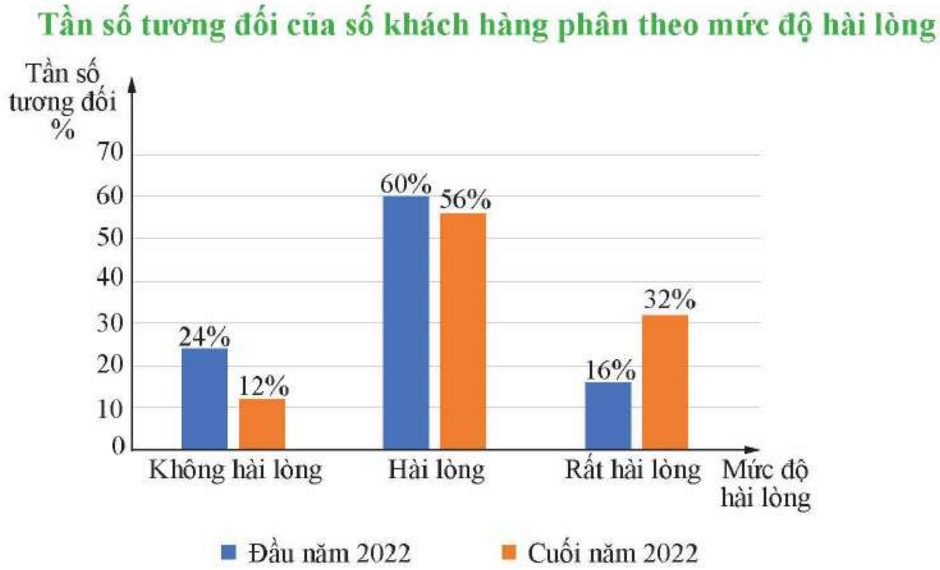
b) Có người cho rằng các cải tiến của công ty không hiệu quả do tỉ lệ khách hàng đánh giá ở mức "Hài lòng" giảm. Theo em nhận định đó có chính xác không? Tại sao?

Giải

a) Để so sánh mức độ hài lòng của khách hàng trong hai đợt khảo sát, ta sẽ sử dụng biểu đồ cột kép mô tả tần số tương đối của các mức độ hài lòng sau hai cuộc khảo sát.

Trước tiên, ta lập bảng tần số tương đối:

Mức độ hài lòng / **Đợt khảo sát**	Không hài lòng	Hài lòng	Rất hài lòng
Đầu năm 2022	24%	60%	16%
Cuối năm 2022	12%	56%	32%



b) Nhận định trên là không chính xác vì tỉ lệ khách hàng đánh giá ở mức "Hài lòng" giảm 4% nhưng tỉ lệ khách hàng đánh giá ở mức "Không hài lòng" giảm một nửa, từ 24% xuống còn 12% và tỉ lệ khách hàng đánh giá ở mức "Rất hài lòng" tăng gấp đôi, từ 16% lên đến 32%.

Thực hành 2. Bạn Mai phỏng vấn một số bạn học sinh cùng trường về màu mực mỗi bạn yêu thích nhất. Kết quả được cho ở bảng sau:

Màu mực	Xanh đen	Đen	Tím đậm	Tím hồng
Tần số	18	6	16	10

Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng hình quạt tròn để biểu diễn mẫu số liệu điều tra của bạn Mai.

Vận dụng 2. Một cửa hàng thống kê lại số điện thoại di động bán được trong tháng 4/2022 và tháng 4/2023 ở bảng sau:

Thương hiệu	A	B	C	D	Các thương hiệu khác
Tháng 4/2022	54	48	32	96	20
Tháng 4/2023	60	56	60	120	24

a) Hãy lựa chọn và vẽ biểu đồ phù hợp để thấy được xu thế thay đổi lựa chọn thương hiệu điện thoại giữa hai đợt thống kê.

b) Hãy cho biết trong các thương hiệu điện thoại A, B, C, D, thương hiệu nào tăng trưởng cao nhất, thương hiệu nào tăng trưởng thấp nhất.

BÀI TẬP

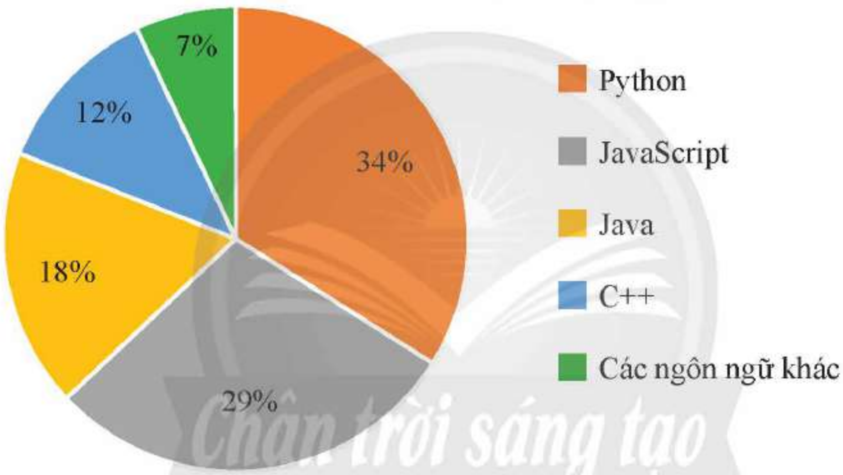
1. Bảng sau thống kê số lượt nháy chuột vào quảng cáo ở một trang web vào tháng 12/2022.

Số lượt nháy chuột	0	1	2	3	4	5
Số người dùng	25	56	12	9	5	3

a) Lập bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu trên.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng hình quạt tròn biểu diễn mẫu số liệu trên.

2. Biểu đồ hình quạt tròn dưới đây biểu diễn tần số tương đối của các ngôn ngữ lập trình được sử dụng khi viết 200 phần mềm của một công ty công nghệ. Biết rằng, mỗi phần mềm được viết bằng đúng một ngôn ngữ lập trình.



a) Ngôn ngữ lập trình nào được sử dụng phổ biến nhất khi viết 200 phần mềm đó?

b) Hãy lập bảng tần số biểu diễn số liệu cho bởi biểu đồ trên.

3. Người ta thường đặt tương ứng các mức độ hài lòng của khách hàng với điểm số đánh giá như sau:

Điểm	1	2	3	4	5
Mức độ hài lòng	Rất không hài lòng	Không hài lòng	Chấp nhận được	Hài lòng	Rất hài lòng

Chỉ số mức độ hài lòng CSAT (Customer Satisfaction Score) là một chỉ số đo lường sự hài lòng của khách hàng về một dịch vụ nào đó. Chỉ số này được tính theo công thức:

$$\text{CSAT} = \frac{\text{Số đánh giá hài lòng và rất hài lòng}}{\text{Tổng số đánh giá}} .100\%.$$

a) Bảng sau cung cấp điểm đánh giá của người dùng dành cho cửa hàng A.

Điểm	1	2	3	4	5
Số người dùng	2	4	2	9	25

Hãy tính chỉ số CSAT của cửa hàng A.

b) Bảng sau cung cấp điểm đánh giá của người dùng dành cho cửa hàng B.

Điểm	1	2	3	4	5
Số người dùng	32	12	10	15	139

Hãy lựa chọn và vẽ biểu đồ phù hợp để so sánh mức độ hài lòng của người dùng dành cho cửa hàng A và cửa hàng B. Có thể nói cửa hàng B được yêu thích hơn do có số lượt đánh giá 4 điểm trở lên nhiều hơn so với cửa hàng A hay không?

4. Trong bảng số liệu sau có một số liệu không chính xác. Hãy tìm số liệu đó và sửa lại cho đúng.

Tần số	12	17	15	9
Tần số tương đối	24%	34%	24%	18%

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Xác định được tần số tương đối của một giá trị.

– Thiết lập được bảng tần số tương đối, biểu đồ tần số tương đối (biểu diễn các giá trị và tần số tương đối của chúng ở dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ hình quạt tròn).

– Giải thích được ý nghĩa và vai trò của tần số tương đối trong thực tiễn.

– Lí giải và thiết lập được dữ liệu vào bảng, biểu đồ thích hợp ở dạng: bảng thống kê; biểu đồ tranh; biểu đồ dạng cột; biểu đồ hình quạt tròn.

– Lí giải và thực hiện được cách chuyển dữ liệu từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.

– Phát hiện và lí giải được số liệu không chính xác dựa trên mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn trong những ví dụ đơn giản.

Bài 3 BIỂU DIỄN SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Sau một khoá tập huấn, học viên được xếp loại A, B, C, D theo điểm kiểm tra mà mỗi người đạt được như sau:

Điểm kiểm tra (X)	$0 \le X < 2,5$	$2,5 \le X < 5$	$5 \le X < 7,5$	$7,5 \le X < 10$
Xếp loại	D	C	B	A

Điểm kiểm tra của các học viên được ghi lại ở bảng sau đây:

6,5	1,4	3,5	6,8	9,2	7,6	7,8	9,3	5,6	9,5
8,3	8,2	6,3	9,1	7,2	4,7	7	7,4	9,1	9,9
8,5	7,5	6,7	1,7	9	8,7	7,2	3,2	8,1	6,4

Hỏi có bao nhiêu học viên được xếp loại A?

1. BẢNG TẦN SỐ GHÉP NHÓM

1 Bác Mai cân các quả dưa trong cửa hàng và ghi lại cân nặng (đơn vị: kg) của từng quả như sau:

4,4	5,1	4,3	4,2	5,1
5,6	4,1	4,8	5,1	4,6
5,6	4,0	4,7	4,1	5,6
5,4	4,3	5,7	4,1	4,9

Để thuận tiện cho việc kinh doanh, bác Mai chia dưa thành 4 nhóm theo cân nặng (kí hiệu là X):

$4 \le X < 4,5$; $4,5 \le X < 5$; $5 \le X < 5,5$; $5,5 \le X < 6$.

Hãy hoàn thành bảng số liệu sau:

Cân nặng (X) (kg)	$4 \le X < 4,5$	$4,5 \le X < 5$	$5 \le X < 5,5$	$5,5 \le X < 6$
Số quả dưa	8	?	?	?

Trong 1, các giá trị của mẫu số liệu được chia thành 4 nhóm. Chẳng hạn, nhóm $4 \le X < 4,5$ gồm các giá trị lớn hơn hoặc bằng 4 và nhỏ hơn 4,5 còn được kí hiệu là [4; 4,5). Nhóm này có 8 giá trị, ta nói nhóm có tần số là 8.

Bảng số liệu nhận được trong 1 gọi là *bảng tần số ghép nhóm*.

Kí hiệu [a; b) là nhóm chứa các giá trị X của mẫu số liệu thoả mãn $a \le X < b$. Hiệu $b - a$ được gọi là *độ rộng của nhóm* [a; b), giá trị $\frac{a+b}{2}$ được gọi là *giá trị đại diện* của nhóm.

– Số lượng các giá trị của mẫu số liệu thuộc vào một nhóm được gọi là *tần số của nhóm* đó.
– Bảng tần số ghép nhóm biểu diễn tần số của các nhóm số liệu. Bảng gồm hai dòng (hoặc hai cột), dòng (hoặc cột) thứ nhất ghi các nhóm số liệu, dòng (hoặc cột) thứ hai ghi các tần số tương ứng với mỗi nhóm đó.

Ví dụ 1. Xét mẫu số liệu về điểm số ở (trang 39).

a) Hãy chỉ ra các giá trị thuộc nhóm [0; 2,5) và tần số của nhóm này.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu.

Giải

a) Nhóm [0; 2,5) gồm hai giá trị là 1,4 và 1,7. Tần số của nhóm này là 2.

b) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu:

Điểm kiểm tra	[0; 2,5)	[2,5; 5)	[5; 7,5)	[7,5; 10)
Tần số	2	3	10	15

Chú ý:

– Trong ví dụ trên, các nhóm dữ liệu đều có độ rộng là 2,5 điểm.

– Các nhóm số liệu phải chứa tất cả các giá trị của mẫu số liệu.

– Các nhóm số liệu thường được chọn sao cho có độ rộng bằng nhau, thuận tiện cho việc tính toán và phù hợp với mục đích của việc thống kê.

– Trong chương này, ta luôn sử dụng các nhóm có độ rộng bằng nhau.

Thực hành 1. Bảng sau ghi lại thời gian một bác sĩ khám cho một số bệnh nhân (đơn vị: phút):

10,0	7,7	9,4	9,1	6,7	5,9	6,7	11,7	6,9	5,4
6,0	5,8	8,7	6,4	5,3	12,3	7,4	9,1	11,8	6,5

a) Hãy chia số liệu thành 5 nhóm, với nhóm thứ nhất là các bệnh nhân có thời gian khám từ 5 phút đến dưới 6,5 phút và lập bảng tần số ghép nhóm.

b) Xác định nhóm có tần số cao nhất và nhóm có tần số thấp nhất.

2. BẢNG TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI GHÉP NHÓM

2 Bác Quảng ghi lại thời gian truy cập Internet của mình mỗi ngày (đơn vị: giờ) trong vòng 1 tháng như sau:

1,2	3,2	2,4	2,7	0,5	2,6	4,8	2,4	4,2	2,4
3,7	2,3	3,5	4,9	0,4	0,6	1,5	4,6	1,7	3,4
3,9	2,1	3,4	2,7	1,5	1,8	2,9	3,5	3,9	1,6

Bác Quảng đánh giá mức độ sử dụng Internet mỗi ngày của mình theo bảng tiêu chí sau:

Thời gian (giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)	[4; 5)
Mức độ	Rất ít	Ít	Bình thường	Nhiều	Rất nhiều

Hãy xác định tỉ lệ các ngày trong tháng bác Quảng truy cập Internet ở mức độ “Rất nhiều”.

Tần số tương đối của một nhóm được tính theo công thức $f = \frac{m}{N} . 100\%$ trong đó m là tần số của nhóm và N là cỡ mẫu.

Bảng ghi lại tần số tương đối của các nhóm số liệu được gọi là *bảng tần số tương đối ghép nhóm.*

Bảng tần số tương đối ghép nhóm gồm hai dòng (hoặc hai cột), dòng (hoặc cột) thứ nhất ghi các nhóm số liệu, dòng (hoặc cột) thứ hai ghi các tần số tương đối tương ứng với mỗi nhóm đó.

Ví dụ 2. Hãy lập bảng tần số ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm cho dữ liệu về thời gian truy cập Internet của bác Quảng, trong đó các nhóm được phân theo mức độ sử dụng như bảng tiêu chí ở 2.

Giải

Bảng tần số ghép nhóm:

Thời gian (giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)	[4; 5)
Tần số	3	6	9	8	4

Bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Thời gian (giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)	[4; 5)
Tần số tương đối	10,0%	20,0%	30,0%	26,7%	13,3%

Chú ý: Tương tự như bảng tần số – tần số tương đối, ta có thể ghép được *bảng tần số ghép nhóm – tần số tương đối ghép nhóm* như sau:

Thời gian (giờ)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)	[4; 5)
Tần số	3	6	9	8	4
Tần số tương đối	10,0%	20,0%	30,0%	26,7%	13,3%

Thực hành 2. Cô Loan ghi lại chiều cao (đơn vị: cm) của các cây bạch đàn giống vừa được chuyển đến nông trường ở bảng sau:

16,4	19	29,6	18,3	21,8	20,6	22,2	27,1	23,3	19,5
21,2	15,9	28,6	18	29,8	27,2	18,1	28,4	18,8	23,5
29,2	23,8	29,6	25	24,4	15,4	23,8	16	17,2	23,5
23,2	17	17,8	19,8	16,8	18,4	21,9	24,3	27,3	21

Hãy chia dữ liệu trên thành 5 nhóm, với nhóm đầu tiên gồm các cây có chiều cao từ 15 cm đến dưới 18 cm và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm tương ứng.

Vận dụng 1. Bác Minh thống kê chiều cao của một số cây bạch đàn 5 năm tuổi ở một lâm trường vào bảng dưới đây (đơn vị: mét). Do sơ suất nên bác Minh ghi thiếu một số số liệu. Hãy giúp bác Minh hoàn thành bảng thống kê.

Chiều cao (m)	[7; 8)	?	[?; 10)
Tần số	?	24	8
Tần số tương đối	?	30%	?

3. BIỂU ĐỒ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI GHÉP NHÓM

3 Khảo sát ngẫu nhiên 150 người về thời gian sử dụng điện thoại di động trung bình mỗi ngày của họ (đơn vị: phút). Kết quả được thể hiện ở biểu đồ bên.

Hãy chỉ ra khoảng thời gian sử dụng điện thoại di động phổ biến nhất. Xác định số người được hỏi có thời gian sử dụng điện thoại thuộc khoảng đó?

Biểu đồ trên được gọi là *biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột.*

Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột gồm các cột kề nhau, mỗi cột tương ứng với một nhóm. Cột biểu diễn nhóm [a; b) có đầu mút trái là a, đầu mút phải là b và có chiều cao tương ứng với tần số tương đối của nhóm.

Ví dụ 3. Thuỷ thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) mình đi bộ mỗi ngày trong tháng 6 ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[4; 5)	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)
Tần số (số ngày)	6	12	8	3	1

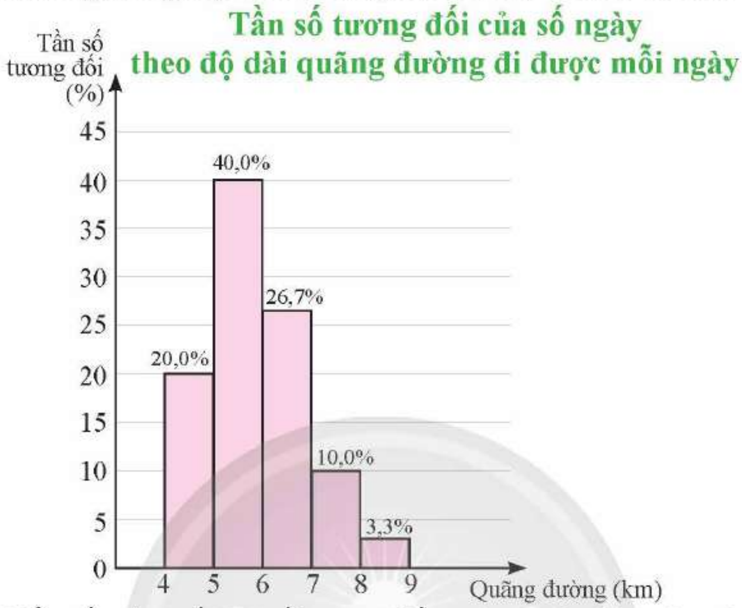
Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột biểu diễn mẫu số liệu trên.

Giải

Bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Quãng đường (km)	[4; 5)	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)
Tần số tương đối	20,0%	40,0%	26,7%	10,0%	3,3%

Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột biểu diễn mẫu số liệu:



Chú ý: Trong biểu đồ trên, nếu ta nối trung điểm các cạnh phía trên của các cột kề nhau bởi một đoạn thẳng thì nhận được một đường gấp khúc như hình dưới đây.

Biểu đồ trên được gọi là *biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng*.

Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng là đường gấp khúc đi từ trái qua phải, nối các điểm trên mặt phẳng, mỗi điểm có hoành độ là giá trị đại diện của nhóm số liệu và có tung độ tương ứng với tần số tương đối của nhóm số liệu đó.

Ví dụ 4. Bảng sau thống kê chiều cao (đơn vị: mét) của các cây keo 3 năm tuổi ở một nông trường.

Chiều cao (m)	[8,5; 8,7)	[8,7; 8,9)	[8,9; 9,1)	[9,1; 9,3)	[9,3; 9,5)
Tần số tương đối	15%	25%	25%	20%	15%

Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu trên.

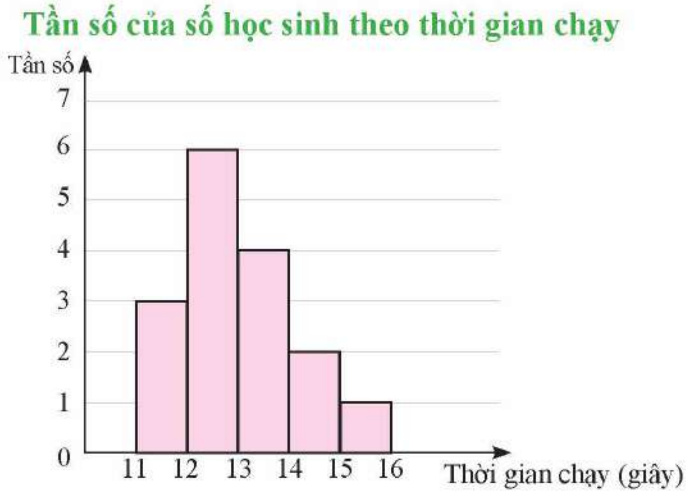
Giải

Giá trị đại diện của các nhóm dữ liệu lần lượt là 8,6; 8,8; 9,0; 9,2; 9,4.

Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu đã cho:

Chú ý: Tương tự như biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm, người ta cũng sử dụng *biểu đồ tần số ghép nhóm* dạng cột để biểu diễn trực quan cho bảng tần số ghép nhóm, trong đó chiều cao của cột có đầu mút trái là a và đầu mút phải là b trên trục hoành tương ứng với tần số của nhóm [a; b).

Ví dụ 5. Biểu đồ dưới đây biểu diễn kết quả khảo sát thành tích chạy 100 m của một số học sinh.



a) Có bao nhiêu học sinh chạy hết 100 m trong thời gian ít hơn 12 giây?

b) Có tổng số bao nhiêu học sinh tham gia khảo sát?

Giải

a) Số học sinh chạy 100 m hết ít hơn 12 giây là 3.

b) Số học sinh tham gia khảo sát là

$$3 + 6 + 4 + 2 + 1 = 16 \text{ (học sinh).}$$

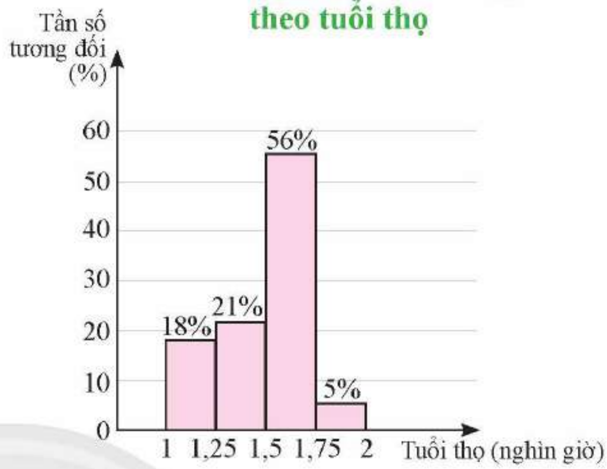
Thực hành 3. Biểu đồ cột bên mô tả tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của 100 chiếc bóng đèn dây tóc trong một lô sản xuất.

a) Hãy lập bảng tần số mô tả dữ liệu ở biểu đồ bên.

b) Một bóng đèn được cho là thuộc loại I nếu có tuổi thọ từ 1500 giờ trở lên. Hỏi có bao nhiêu bóng đèn thuộc loại I trong số các bóng đèn được thống kê?

c) Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn dữ liệu ở biểu đồ bên.

Tần số tương đối của số bóng đèn theo tuổi thọ



Thực hành 4. Bảng tần số ghép nhóm sau biểu diễn kết quả khảo sát cân nặng (đơn vị: kg) của một số trẻ sơ sinh ở một khu vực.

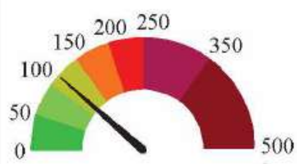
Cân nặng (kg)	[2,9; 3,1)	[3,1; 3,3)	[3,3; 3,5)	[3,5; 3,7)	[3,7; 3,9)
Số trẻ sơ sinh	3	7	5	3	2

a) Hãy lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.

b) Hãy vẽ các biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu trên.

Vận dụng 2. Hai bạn Hà và Hồng thống kê lại chỉ số chất lượng không khí (AQI) nơi mình ở tại thời điểm 12:00 mỗi ngày trong tháng 9/2022 ở bảng sau:

Chỉ số	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)
Tại nơi ở của Hà	12	8	6	4
Tại nơi ở của Hồng	16	6	5	3



a) Hãy vẽ trên cùng một hệ trục hai biểu đồ dạng đoạn thẳng biểu diễn tần số tương đối cho bảng chỉ số chất lượng không khí tại nơi ở của bạn Hà và tại nơi ở của bạn Hồng.

b) Chỉ số AQI từ 150 trở lên được coi là không lành mạnh. Dựa vào biểu đồ tần số tương đối trên, hãy so sánh tỉ lệ số ngày chất lượng không khí được coi là không lành mạnh ở mỗi khu vực.

BÀI TẬP

1. Bạn Giang ghi lại cự li nhảy xa của các bạn trong câu lạc bộ thể thao ở bảng sau (đơn vị: mét):

5,4	3,6	4,7	4,2	4,4	4,8	3,7	4,7
4,2	3,8	4,2	4,4	4,6	4,8	5,3	4,7
5,4	4,1	3,5	4,7	5,1	4,1	4,4	5,4
4,5	5,4	4,4	4,3	3,6	4,4	4,8	4,8

a) Để thu gọn bảng dữ liệu thì nên chọn bảng tần số không ghép nhóm hay bảng tần số ghép nhóm để biểu thị dữ liệu trên? Tại sao?

b) Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, trong đó nhóm đầu tiên là cự li từ 3,5 m đến dưới 4 m; lập bảng tần số và tần số tương đối ghép nhóm.

2. Kết quả đo tốc độ của 25 xe ô tô (đơn vị: km/h) khi đi qua một trạm quan sát được ghi lại ở bảng sau:

48,6	54,2	53,3	45,3	48,2	46,3	57,4	62,6	61,4	55	40,9	45,5	54,3
49,8	60	58,9	53	53	62	49,4	48,4	47,8	41,2	42,8	48,8	

a) Hãy lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng số liệu trên, trong đó nhóm đầu tiên là các xe có tốc độ từ 40 km/h đến dưới 45 km/h.

b) Hãy xác định nhóm có tần số tương đối cao nhất và nhóm có tần số tương đối thấp nhất.

3. Thời gian hoàn thành một bài kiểm tra trực tuyến của một số học sinh được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: phút):

Thời gian (phút)	[10; 12)	?	[14; 16)
Tần số	25	?	5
Tần số tương đối	?	?	12,5%

a) Hãy xác định số học sinh tham gia kiểm tra.

b) Hoàn thành bảng trên vào vở.

4. Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 đến dưới 35 tuổi.

a) Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị?

b) Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.

c) Một người cho rằng có trên 50% số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

5. Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của các bạn học sinh lớp 9C được ghi lại ở bảng sau:

9,5	13,9	5,6	13,2	10,3	15,1	19,5	14,1	11,4	19,7	15,1	11,1
16,6	7,2	18	11,6	6,2	6,2	16,7	7,8	17,7	7,7	7,7	5,5
18,2	7,4	19,8	19	5,2	18,3	14,7	14,1	19,6	10,4	7,2	12,5

a) Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, với nhóm thứ nhất là khoảng từ 5 phút đến dưới 9 phút và lập bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và dạng đoạn thẳng mô tả bảng tần số tương đối ghép nhóm.

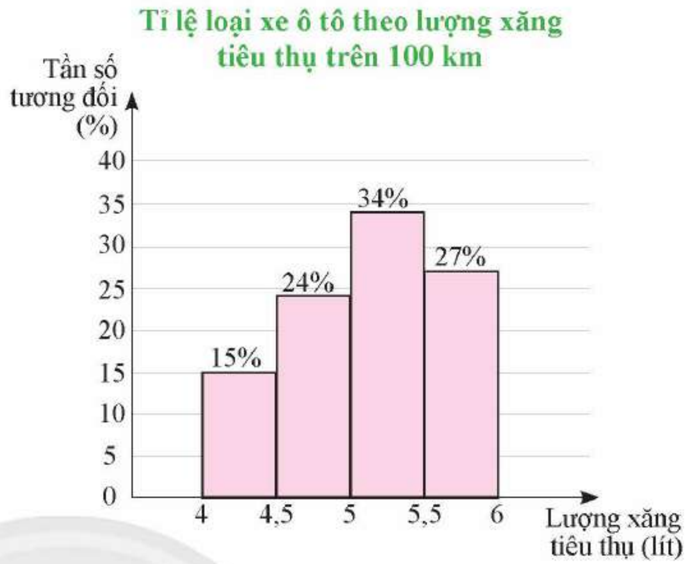
Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Thiết lập được bảng tần số ghép nhóm, bảng tần số tương đối ghép nhóm.
– Thiết lập được biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và dạng biểu đồ đoạn thẳng.
– Lí giải và thiết lập được dữ liệu vào bảng thích hợp.
– Lí giải và thực hiện được cách chuyển dữ liệu từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.
– Nhận biết được mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức của các môn học khác trong Chương trình lớp 9 và trong thực tiễn.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 7

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Một doanh nghiệp sản xuất xe ô tô khảo sát lượng xăng tiêu thụ trên 100 km của một số loại xe ô tô trên thị trường. Kết quả khảo sát 100 chiếc xe được biểu diễn trong hình bên.



a) Tần số tương đối của số lượng xe ô tô tiêu thụ dưới 5 lít xăng cho 100 km là

A. 24%. B. 39%. C. 61%. D. 76%.

b) Khoảng tiêu thụ xăng phổ biến nhất là

A. Từ 4 đến dưới 4,5 lít. B. Từ 4,5 đến dưới 5 lít.

C. Từ 5 đến 5,5 lít. D. Từ 5,5 đến 6 lít.

c) Trong tất cả những chiếc xe được khảo sát, có bao nhiêu chiếc xe tiêu thụ hết từ 5 đến dưới 5,5 lít xăng khi đi hết quãng đường 100 km?

A. 34. B. 27. C. 15. D. 24.

2. Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết pin của một số máy vi tính cùng loại được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian sử dụng pin (giờ)	[7,2; 7,4)	[7,4; 7,6)	[7,6; 7,8)	[7,8; 8)
Tần số	2	4	7	6

a) Cỡ mẫu của cuộc khảo sát là

A. 18. B. 19. C. 20. D. 22.

b) Số lượng máy tính có thời gian sử dụng từ 7,4 đến dưới 7,8 giờ là

A. 11. B. 12. C. 13. D. 14.

c) Tỉ lệ máy tính có thời gian sử dụng từ 7,6 giờ trở lên là

A. 27,7%. B. 68,42%. C. 33,3%. D. 72,3%.

3. Bảng dưới đây ghi lại cự li ném tạ (đơn vị: mét) của một vận động viên trước và sau một đợt tập huấn đặc biệt.

Cự li (m)	[20; 20,2)	[20,2; 20,4)	[20,4; 20,6)	[20,6; 20,8)	[20,8; 21)	[21; 21,2)
Tần số trước đợt tập huấn	3	5	5	2	1	0
Tần số sau đợt tập huấn	1	2	4	5	3	1

a) Tần số tương đối của số lần vận động viên ném dưới 20,4 m trước khi tập huấn là

A. 18,75%. B. 25%. C. 31,25%. D. 50%.

b) Tần số tương đối của số lần vận động viên ném từ 20,8 m trở lên sau khi tập huấn là

A. 20%. B. 25%. C. 30%. D. 35%.

c) Tần số tương đối của số lần vận động viên ném từ 20,8 m trở lên sau khi tập huấn tăng thêm

A. 18,75%. B. 30,5%. C. 35%. D. 37,5%.

d) Tần số tương đối của số lần vận động viên ném dưới 20,2 m sau khi tập huấn giảm đi

A. 12,5%. B. 15,5%. C. 35%. D. 37,5%.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

4. Khảo sát các học sinh lớp 6 của một trường Trung học cơ sở về thời gian sử dụng mạng xã hội trung bình trong một ngày (đơn vị: giờ), kết quả thu được như hình bên.

a) Có bao nhiêu bạn tham gia cuộc khảo sát, biết rằng có 4 bạn sử dụng mạng xã hội từ 4,5 giờ trở lên?

b) Một người cho rằng có trên 50% học sinh tham gia khảo sát sử dụng mạng xã hội từ 3 giờ trở lên mỗi ngày. Nhận định của người đó có hợp lí không? Tại sao?

5. Một cửa hàng ghi lại cỡ của các đôi giày đã bán trong một ngày ở bảng sau:

42	38	39	42	39	41	43	41	41	40
37	38	37	38	40	39	38	39	44	43
42	37	40	40	44	41	41	40	42	39
43	41	37	41	40	38	40	41	40	39

a) Hãy xác định cỡ mẫu, lập bảng tần số và tần số tương đối cho mẫu số liệu trên.

b) Hãy vẽ biểu đồ dạng cột mô tả bảng số liệu trên.

c) Cửa hàng nên nhập về để bán cỡ giày nào nhiều nhất, cỡ giày nào ít nhất?

6. Số bàn thắng một đội bóng ghi được trong 26 trận đấu của Giải vô địch quốc gia được ghi lại ở bảng sau:

1	2	0	4	0	3	0	1	0	0	3	3	0
0	3	0	2	2	3	3	4	3	1	0	0	3

a) Hãy lập bảng tần số và tần số tương đối cho bảng số liệu trên.

b) Hãy vẽ biểu đồ hình quạt tròn mô tả tần số tương đối của bảng số liệu trên.

7. Một bác lái xe muốn ghi lại tổng độ dài quãng đường (đơn vị: km) mình lái xe mỗi ngày trong vòng 1 tháng.

a) Hỏi bác lái xe có thể thu thập dữ liệu bằng cách nào?

b) Dưới đây là số liệu bác lái xe đã ghi lại được.

23,9	192,7	137,8	125,3	147,5	102,8	105,9	60,1	186,7	129,5
31,6	168,4	97,4	144,7	129	197,3	113,7	10,2	110,3	86,4
77,9	38,6	124,7	199,8	22,8	96,9	30,7	85,1	188,1	122,5

Hãy chia số liệu thành 5 nhóm, với nhóm thứ nhất là từ 10 km đến dưới 50 km và lập bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm. Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột biểu diễn bảng tần số tương đối ghép nhóm.

8. Trong bảng số liệu sau có một số liệu bị điền sai. Hãy tìm số liệu đó và sửa lại cho đúng.

Tần số	24	16	6	4
Tần số tương đối	48%	32%	15%	8%

Chương 8 MỘT SỐ YẾU TỐ XÁC SUẤT

Trong chương này, chúng ta sẽ tìm hiểu về không gian mẫu của phép thử ngẫu nhiên, tính xác suất của biến cố bằng cách kiểm đếm số trường hợp thuận lợi trong một số mô hình xác suất đơn giản.

Xác suất là một công cụ quan trọng trong việc xây dựng mô hình toán học cho các đại lượng biến đổi một cách ngẫu nhiên theo thời gian, ví dụ như giá cổ phiếu, tỉ giá trao đổi ngoại tệ hay số lượng cá thể trong một quần thể, …

Bài 1 KHÔNG GIAN MẪU VÀ BIẾN CỐ

Một túi chứa 4 viên bi được đánh số như hình bên. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ túi. Bạn Long và bạn Hà có ý kiến về số các kết quả có thể xảy ra như sau:

Theo em, bạn nào nói đúng?

1. KHÔNG GIAN MẪU

1 Hộp thứ nhất có 1 viên bi xanh. Hộp thứ hai có 1 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Bạn Xuân lấy ra 1 viên bi từ hộp thứ nhất. Bạn Thu lấy ra 1 viên bi từ hộp thứ hai.

a) Phép thử của bạn Xuân có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

b) Phép thử của bạn Thu có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

Trong 1, ta có thể biết chắc chắn viên bi bạn Xuân lấy ra có màu xanh vì trong hộp thứ nhất chỉ có 1 viên bi xanh.

Viên bi bạn Thu lấy ra có thể có màu xanh hoặc màu đỏ. Do đó, ta không thể biết chắc chắn viên bi bạn Thu lấy ra có màu gì. Tuy nhiên, ta biết chỉ có 2 kết quả xảy ra là "Bạn Thu lấy được viên bi màu xanh" và "Bạn Thu lấy được viên bi màu đỏ". Ta nói bạn Thu thực hiện một phép thử ngẫu nhiên.

Các hoạt động mà ta không thể biết trước được kết quả của nó, nhưng biết tất cả các kết quả có thể xảy ra được gọi là *phép thử ngẫu nhiên* (còn gọi là *phép thử*).

Không gian mẫu, kí hiệu Ω, là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.

Ví dụ 1. Trong các hoạt động sau, hoạt động nào là phép thử ngẫu nhiên? Tại sao?

a) Gieo 2 khối gỗ hình lập phương, mỗi khối được sơn một màu như Hình 1a và quan sát màu sắc của mặt xuất hiện bên trên.

b) Chọn bất kì 1 cây bút bi từ ống bút có 4 cây bút bi như Hình 1b.

c) Chọn ra đồng thời 2 que gỗ từ hộp có 2 que gỗ như Hình 1c.

a) b) c)

Hình 1

Giải

a) Hoạt động gieo 2 khối gỗ hình lập phương không là phép thử ngẫu nhiên vì ta biết trước chỉ có một kết quả xảy ra là xuất hiện 1 mặt màu xanh và 1 mặt màu vàng.

b) Hoạt động lấy 1 cây bút bi là phép thử ngẫu nhiên vì ta không thể biết trước được kết quả của nó, nhưng biết tất cả 4 kết quả có thể xảy ra.

c) Hoạt động lấy ra đồng thời 2 que gỗ không là phép thử ngẫu nhiên vì ta biết chỉ có một kết quả xảy ra là lấy được 1 que gỗ màu xanh và 1 que gỗ màu đỏ.

Ví dụ 2. Xác định không gian mẫu của các phép thử ngẫu nhiên sau:

a) Gieo 1 con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần.

b) Lấy ra lần lượt 2 quả bóng từ một hộp chứa 3 quả bóng được đánh số 1; 2; 3.

a) b)

Hình 2

Giải

a) Kí hiệu (i; j) là kết quả lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt có i chấm, lần gieo thứ hai xuất hiện mặt có j chấm. Không gian mẫu của phép thử là

$$\begin{aligned}\Omega = \{&(1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (1; 6);\\ &(2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (2; 6);\\ &(3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (3; 5); (3; 6);\\ &(4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4); (4; 5); (4; 6);\\ &(5; 1); (5; 2); (5; 3); (5; 4); (5; 5); (5; 6);\\ &(6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6)\}.\end{aligned}$$

Ta cũng có thể viết gọn không gian mẫu là

$$\Omega = \{(i; j) \mid 1 \le i \le 6; 1 \le j \le 6\}.$$

b) Kí hiệu (i; j) là kết quả bóng lấy ra lần thứ nhất được đánh số i, bóng lấy ra lần thứ hai được đánh số j. Không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{(1; 2); (1; 3); (2; 1); (2; 3); (3; 1); (3; 2)\}.$$

Thực hành 1. Trong các hoạt động sau, hoạt động nào là phép thử ngẫu nhiên? Tại sao?

a) Chọn ra lần lượt hai tấm thẻ từ hộp có 2 tấm thẻ như Hình 3a.

b) Chọn bất kì 1 quyển sách từ giá như Hình 3b.

c) Chọn 1 cây bút chì từ ống bút như Hình 3c.

a) b) c)

Hình 3

Thực hành 2. Xác định không gian mẫu của các phép thử sau:

a) Gieo 2 lần một đồng xu có 1 mặt xanh và 1 mặt đỏ.

b) Lấy ra 1 quả bóng từ một hộp chứa 3 quả bóng được đánh số 1; 2; 3, xem số, trả lại hộp rồi lại lấy ra 1 quả bóng từ hộp đó.

Vận dụng 1. Xác định không gian mẫu của phép thử trong (trang 52).

2. BIẾN CỐ

2 Xét phép thử gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Giả sử kết quả của phép thử là con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 1 chấm, con xúc xắc thứ hai xuất hiện mặt 6 chấm. Trong các biến cố sau, biến cố nào xảy ra, biến cố nào không xảy ra?

A: "Tổng số chấm xuất hiện lớn hơn 1";

B: "Tích số chấm xuất hiện là số chẵn";

C: "Hai mặt xuất hiện có cùng số chấm".

Hình 4

Ta thấy kết quả của phép thử thuận lợi cho biến cố A và B nhưng không thuận lợi cho biến cố C.

Tổng quát, khi thực hiện phép thử, một biến cố có thể xảy ra hoặc không xảy ra. Mỗi kết quả có thể của phép thử làm cho biến cố xảy ra được gọi là một *kết quả thuận lợi* cho biến cố đó.

Ví dụ 3. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai? Tại sao?

a) Biến cố không thể không có kết quả thuận lợi.

b) Mọi kết quả của phép thử đều là kết quả thuận lợi cho biến cố chắc chắn.

c) Biến cố có ít nhất một kết quả thuận lợi là biến cố ngẫu nhiên.

Giải

Phát biểu a) và b) là đúng.

Phát biểu c) là sai vì biến cố chắc chắn có ít nhất một kết quả thuận lợi nhưng không phải là biến cố ngẫu nhiên.

Ví dụ 4. Một hộp có chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên cùng một lúc 2 tấm thẻ từ hộp.

a) Hãy liệt kê các phần tử của không gian mẫu của phép thử.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

A: "Trong 2 thẻ lấy ra có đúng 1 thẻ ghi số lẻ";

B: "Trong 2 thẻ lấy ra có ít nhất 1 thẻ ghi số chẵn".

Giải

a) Kí hiệu $\{x; y\}$ là kết quả lấy được hai thẻ, trong đó một thẻ đánh số x và một thẻ đánh số y.

Các phần tử của không gian mẫu của phép thử là

$\{1; 2\}$; $\{1; 3\}$; $\{1; 4\}$; $\{1; 5\}$; $\{2; 3\}$; $\{2; 4\}$; $\{2; 5\}$; $\{3; 4\}$; $\{3; 5\}$; $\{4; 5\}$.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là

$\{1; 2\}$; $\{1; 4\}$; $\{2; 3\}$; $\{2; 5\}$; $\{3; 4\}$; $\{4; 5\}$.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là

$\{1; 2\}$; $\{1; 4\}$; $\{2; 3\}$; $\{2; 4\}$; $\{2; 5\}$; $\{3; 4\}$; $\{4; 5\}$.

Thực hành 3. Một hộp có 4 quả bóng được đánh số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Trọng và bạn Thuỷ lần lượt lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp.

a) Xác định không gian mẫu của phép thử.

b) Xác định các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

A: "Số ghi trên quả bóng của bạn Trọng lớn hơn số ghi trên quả bóng của bạn Thuỷ";

B: "Tổng các số ghi trên 2 quả bóng lấy ra lớn hơn 7".

Vận dụng 2. Ba khách hàng M, N, P đến quầy thu ngân cùng một lúc. Nhân viên thu ngân sẽ lần lượt chọn ngẫu nhiên từng người để thanh toán.

a) Xác định không gian mẫu của phép thử.

b) Xác định các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

A: "M được thanh toán cuối cùng";

B: "N được thanh toán trước P";

C: "M được thanh toán".

BÀI TẬP

1. Một hộp chứa 1 quả bóng màu xanh, 1 quả bóng màu vàng và 1 quả bóng màu đỏ. Trong các hoạt động sau, hoạt động nào là phép thử ngẫu nhiên? Hãy xác định không gian mẫu của các phép thử ngẫu nhiên đó.

   a) Lấy bất kì 1 quả bóng từ hộp.

   b) Lấy đồng thời 3 quả bóng từ hộp.

   c) Lấy lần lượt 3 quả bóng từ hộp một cách ngẫu nhiên.

2. Bạn An viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có 2 chữ số.

   a) Xác định không gian mẫu của phép thử.

   b) Hãy xác định các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

   A: "Số được viết là số tròn chục";

   B: "Số được viết là số chính phương".

3. Trên giá có 1 quyển sách Ngữ văn, 1 quyển sách Mĩ thuật và 1 quyển sách Công nghệ. Bạn Hà và bạn Thuý lần lượt lấy ra ngẫu nhiên 1 quyển sách từ giá.

   a) Xác định không gian mẫu của phép thử.

   b) Xác định các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

   A: "Có 1 quyển sách Ngữ văn trong 2 quyển sách được lấy ra";

   B: "Cả 2 quyển sách được lấy ra đều là sách Mĩ thuật";

   C: "Không có quyển sách Công nghệ nào trong 2 quyển sách được lấy ra".

4. Bạn Việt giải một đề thi gồm có 3 bài được đánh số 1; 2; 3. Việt chọn lần lượt các bài để giải theo một thứ tự ngẫu nhiên.

   a) Xác định không gian mẫu của phép thử.

   b) Xác định các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

   A: "Việt giải bài 2 đầu tiên";

   B: "Việt giải bài 1 trước bài 3".

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

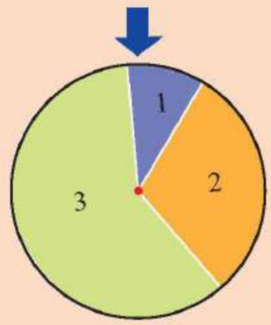
– Nhận biết được phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu.

– Nhận biết được một kết quả là thuận lợi cho một biến cố trong một số phép thử đơn giản.

Bài 2 XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Bạn Dương xoay tấm bìa hình tròn như hình bên và quan sát xem khi tấm bìa dừng lại, mũi tên chỉ vào hình quạt tròn ghi số nào. Kết quả 20 lần quay được ghi lại ở bảng sau:

Kết quả	1	2	3
Tần số	2	7	11



Các kết quả 1; 2; 3 có cùng khả năng xảy ra không? Tại sao?

1. KẾT QUẢ ĐỒNG KHẢ NĂNG

1 Các kết quả của mỗi phép thử sau có cùng khả năng xảy ra không? Tại sao?

a) Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất.

b) Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ một hộp có 10 viên bi giống nhau được đánh số từ 1 đến 10.

c) Lấy ngẫu nhiên 1 tấm thẻ từ một hộp chứa 2 tấm thẻ ghi số 5 và 5 tấm thẻ ghi số 2 và xem số của nó.

Trong phép thử lấy bi ở trên, do các viên bi giống nhau nên khả năng được lựa chọn của các viên bi là như nhau. Ta nói các kết quả của phép thử trên là đồng khả năng.

Tổng quát, trong một phép thử ngẫu nhiên, hai kết quả được gọi là *đồng khả năng* nếu chúng có khả năng xảy ra như nhau.

Chú ý:

a) Trong phép thử tung đồng xu (hoặc gieo xúc xắc), nếu có giả thiết đồng xu, xúc xắc là cân đối và đồng chất thì các mặt của đồng xu hay xúc xắc sẽ có cùng khả năng xuất hiện.

b) Trong phép thử lấy vật (quả bóng, viên bi, ...), nếu có giả thiết các vật có cùng kích thước và khối lượng thì mỗi vật đều có cùng khả năng được lựa chọn.

Ví dụ 1. Kết quả của mỗi phép thử sau có đồng khả năng không? Tại sao?

a) Tung hai đồng xu cân đối và đồng chất.

b) Gieo con xúc xắc ở Hình 1b.

c) Chọn ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn từ một hộp chứa 7 quả bóng bàn có cùng kích thước và khối lượng.

a) b) c)

Hình 1

Giải

a) Do hai đồng xu cân đối và đồng chất nên các mặt đều có cùng khả năng xuất hiện. Các kết quả của phép thử là đồng khả năng.

b) Do con xúc xắc không cân đối nên khả năng xuất hiện của các mặt không như nhau. Các kết quả của phép thử không đồng khả năng.

c) Do các quả bóng bàn có cùng kích thước và khối lượng nên có cùng khả năng được chọn. Các kết quả của phép thử là đồng khả năng.

Thực hành 1. Kết quả của mỗi phép thử sau có đồng khả năng không? Tại sao?

a) Rút ngẫu nhiên 1 tấm thẻ từ 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 10.

b) Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh từ danh sách lớp.

c) Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ một hộp chứa 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ và 8 viên bi trắng rồi quan sát màu của nó, biết rằng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng.

Vận dụng 1. Kết quả của các phép thử sau có cùng khả năng xảy ra không? Tại sao?

a) Gặp ngẫu nhiên 1 người ở Đồng Tháp và hỏi xem người đó sinh ở huyện/ thành phố nào.

b) Rút ngẫu nhiên 1 lá bài từ bộ bài tây 52 lá.

2. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

2

Bạn An gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Bạn Trang tung một đồng xu cân đối và đồng chất. So sánh khả năng xảy ra của các biến cố sau:

A: "An gieo được mặt có chẵn chấm";

B: "An gieo được mặt có 2 chấm";

C: "Trang tung được mặt sấp".

Người ta có thể sử dụng xác suất để so sánh khả năng xảy ra của các biến cố ngẫu nhiên. Biến cố nào có khả năng xảy ra cao hơn sẽ có xác suất lớn hơn.

Khi các kết quả của phép thử là đồng khả năng, ta có thể tính xác suất của biến cố bằng cách kiểm đếm số kết quả thuận lợi cho biến cố đó.

Giả sử một phép thử có không gian mẫu Ω gồm hữu hạn các kết quả đồng khả năng và A là một biến cố. Xác suất của biến cố A, kí hiệu P(A), được xác định bởi công thức

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}, \qquad (*)$$

trong đó n(A) là số các kết quả thuận lợi cho A; $n(\Omega)$ là số các kết quả có thể xảy ra.

Chú ý: Để tính xác suất của biến cố A, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Xác định $n(\Omega)$ là số các kết quả có thể xảy ra.

Bước 2: Kiểm tra tính đồng khả năng của các kết quả.

Bước 3: Kiểm đếm số các kết quả thuận lợi cho biến cố A.

Bước 4: Tính xác suất của biến cố A bằng công thức (*).

Ví dụ 2. Hộp thứ nhất đựng 1 quả bóng trắng, 1 quả bóng đỏ. Hộp thứ hai đựng 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 quả bóng.

a) Xác định không gian mẫu và số kết quả có thể xảy ra của phép thử.

b) Biết rằng các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Hãy tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "2 quả bóng lấy ra có cùng màu";

B: "Có đúng 1 quả bóng màu đỏ trong 2 quả bóng lấy ra".

Giải

a) Kí hiệu T là màu trắng, Đ là màu đỏ và V là màu vàng.

Kí hiệu XY là kết quả bóng lấy ra ở hộp thứ nhất có màu X, bóng lấy ra ở hộp thứ hai có màu Y.

Không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{TĐ; TV; ĐĐ; ĐV\}.$$

Số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 4$.

b) Vì các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng nên 4 kết quả trên có cùng khả năng xảy ra.

Chỉ có một kết quả thuận lợi cho biến cố A là ĐĐ nên $n(A) = 1$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4} = 0,25$.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là TĐ và ĐV nên $n(B) = 2$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{2}{4} = 0,5$.

Ví dụ 3. Một hộp chứa 5 quả bóng màu đỏ và một số quả bóng màu trắng. Các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp. Biết xác suất của biến cố "Lấy được quả bóng màu đỏ" là 0,25. Hỏi trong hộp có bao nhiêu quả bóng màu trắng?

Giải

Gọi n là số quả bóng màu trắng có trong hộp.

Số cách chọn ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp là n + 5.

Do các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng nên các quả bóng có cùng khả năng được chọn.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố "Lấy được quả bóng màu đỏ" là 5 nên xác suất của biến cố này là $\frac{5}{n+5}$.

Giải phương trình

$$\frac{5}{n+5} = 0,25 \text{ hay } n + 5 = 20$$

ta được n = 15. Vậy có 15 quả bóng màu trắng trong hộp.

Thực hành 2. Một hộp chứa 4 tấm thẻ cùng loại được đánh số 1; 4; 7; 9. Bạn Khuê và bạn Hương lần lượt mỗi người lấy ra 1 tấm thẻ từ hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Tích các số ghi trên 2 tấm thẻ là số lẻ";

B: "Tổng các số ghi trên 2 tấm thẻ là số lẻ";

C: "Số ghi trên tấm thẻ của bạn Khuê nhỏ hơn số ghi trên tấm thẻ của bạn Hương".

Vận dụng 2. Bạn Thắng có n tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến n. Bạn Thắng rút ngẫu nhiên 1 tấm thẻ. Biết rằng xác suất của biến cố "Lấy được tấm thẻ ghi số có một chữ số" là 0,18. Hỏi bạn Thắng có bao nhiêu tấm thẻ?

BÀI TẬP

1. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xét hai biến cố sau:

   A: "Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm";

   B: "Tổng số chấm trên hai con xúc xắc lớn hơn 8".

   Biến cố nào có khả năng xảy ra cao hơn?

2. Một chiếc hộp có chứa 5 tấm thẻ cùng loại, được đánh số lần lượt là 3; 5; 6; 7; 9. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 tấm thẻ từ hộp.

   a) Xác định không gian mẫu và số kết quả có thể xảy ra của phép thử.

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Tích các số ghi trên 2 tấm thẻ chia hết cho 3";

B: "Tổng các số ghi trên 2 tấm thẻ lớn hơn 13".

3. Một chiếc hộp chứa 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ và 1 viên bi trắng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Dung lần lượt lấy ra ngẫu nhiên từng viên bi từ trong hộp cho đến khi hết bi.

a) Xác định không gian mẫu của phép thử.

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Viên bi màu xanh được lấy ra cuối cùng";

B: "Viên bi màu trắng được lấy ra trước viên bi màu đỏ";

C: "Viên bi lấy ra đầu tiên không phải là bi màu trắng".

4. Một túi chứa 3 viên bi màu xanh và một số viên bi màu đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Luân lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi. Biết rằng xác suất của biến cố "Lấy được viên bi màu xanh" là 0,6. Hỏi trong túi có tổng số bao nhiêu viên bi?

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được khái niệm đồng khả năng.

– Tính được xác suất của biến cố bằng cách kiểm đếm số trường hợp có thể và số trường hợp thuận lợi trong một số mô hình xác suất đơn giản.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 8

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Một hộp chứa 1 quả bóng màu vàng, 1 quả bóng màu trắng và 1 quả bóng màu cam. Các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Ánh lấy ra ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng từ hộp.

a) Số phần tử của không gian mẫu của phép thử là

A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

b) Xác suất của biến cố "Có 1 quả bóng màu vàng trong 2 quả bóng lấy ra" là

A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

c) Xác suất của biến cố "Không có quả bóng nào màu xanh trong 2 quả bóng lấy ra" là

A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 1.

d) Xác suất của biến cố "Quả bóng lấy ra đầu tiên là quả bóng màu trắng" là

A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 1.

e) Xác suất của biến cố "Quả bóng lấy ra lần thứ hai không phải là quả bóng màu cam" là

A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 1.

2. Bạn Giang gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp.

a) Số phần tử của không gian mẫu của phép thử là

A. 6. B. 12. C. 30. D. 36.

b) Số kết quả thuận lợi cho biến cố "Tổng số chấm xuất hiện là 4" là

A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

c) Xác suất của biến cố "Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt 5 chấm" là

A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{36}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{5}$.

d) Xác suất của biến cố "Có đúng 1 lần xuất hiện mặt 6 chấm" là

A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{5}{18}$. C. $\frac{11}{36}$. D. $\frac{1}{3}$.

e) Xác suất của biến cố "Tích số chấm xuất hiện của hai lần gieo là số lẻ" là

A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

3. Một hộp chứa 3 tấm thẻ cùng loại, được đánh số lần lượt là 5; 10; 15. Trong các hoạt động sau, hoạt động nào là phép thử ngẫu nhiên? Hãy xác định không gian mẫu của các phép thử ngẫu nhiên đó.

a) Lấy bất kì 1 tấm thẻ từ hộp.

b) Lấy đồng thời 3 tấm thẻ từ hộp.

c) Lấy lần lượt 3 tấm thẻ từ hộp một cách ngẫu nhiên.

4. Bạn Trang chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có ba chữ số.

a) Xác định không gian mẫu của phép thử.

b) Xác định tập hợp các kết quả thuận lợi cho các biến cố sau và tính xác suất của mỗi biến cố đó.

A: "Số được chọn là lập phương của một số tự nhiên";

B: "Số được chọn nhỏ hơn 500".

5. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 12";

B: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 8".

6. Một chiếc hộp có chứa 5 tấm thẻ cùng loại, được đánh số lần lượt là 1; 4; 9; 10; 16. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 tấm thẻ từ hộp.

a) Xác định không gian mẫu và số kết quả có thể xảy ra của phép thử.

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Tích các số ghi trên 2 tấm thẻ chia hết cho 5";

B: "Tổng các số ghi trên 2 tấm thẻ lớn hơn 14".

7. Một chiếc hộp chứa 1 tấm thẻ màu xanh, 1 tấm thẻ màu vàng và 1 tấm thẻ màu hồng. Các tấm thẻ có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Hương lần lượt lấy ra ngẫu nhiên từng tấm thẻ từ trong hộp cho đến khi hộp hết thẻ.

a) Xác định không gian mẫu của phép thử.

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Tấm thẻ màu hồng được lấy ra đầu tiên";

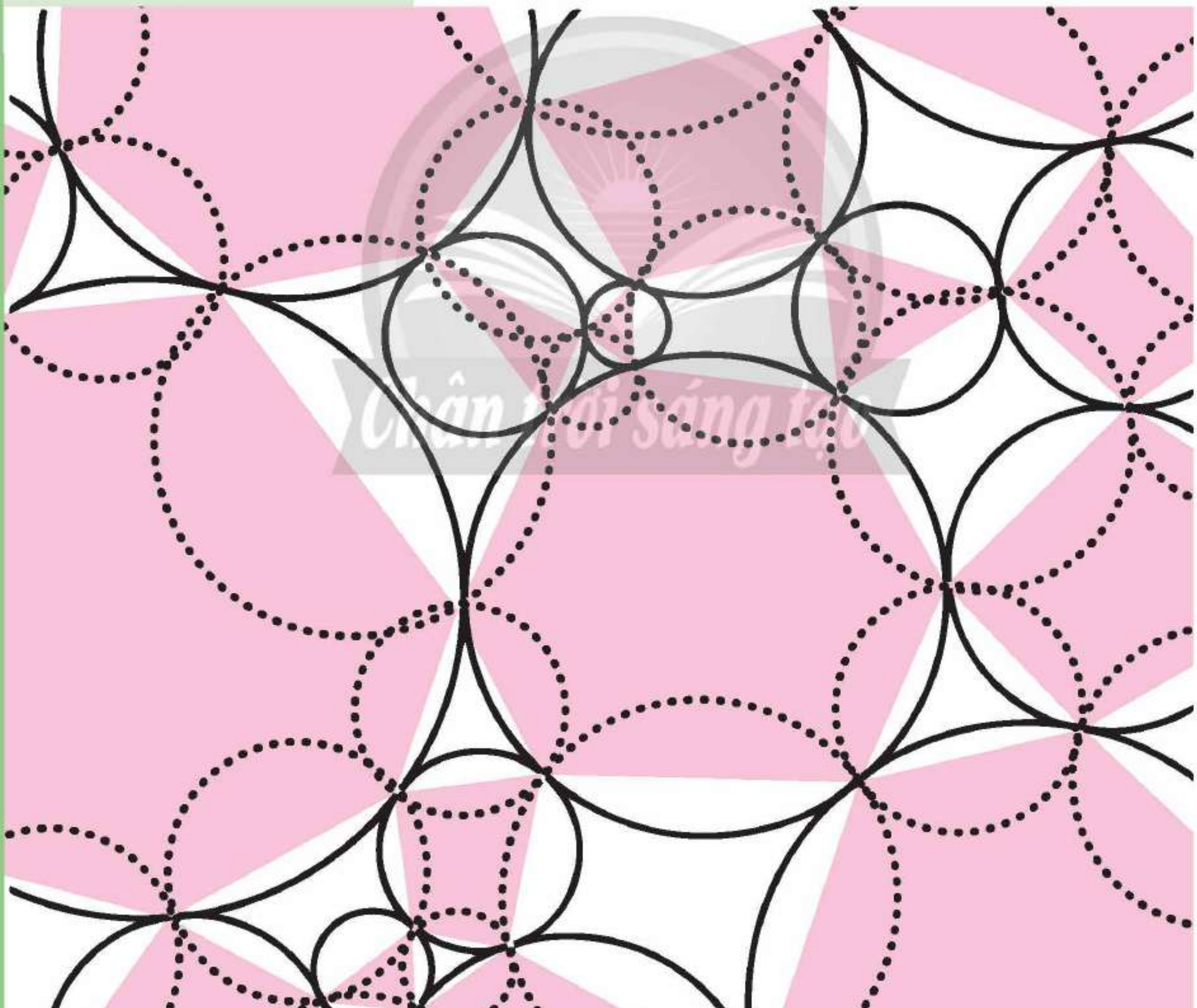
B: "Tấm thẻ màu xanh được lấy ra trước tấm thẻ màu vàng";

C: "Tấm thẻ lấy ra lần cuối cùng không có màu xanh".

Phần HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG
HÌNH HỌC PHẲNG

Chương 9
TỨ GIÁC NỘI TIẾP. ĐA GIÁC ĐỀU

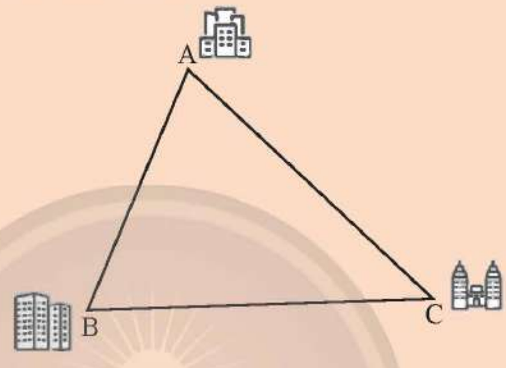
Trong chương 9, chúng ta sẽ tìm hiểu về đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp tam giác, tứ giác nội tiếp. Chúng ta cũng sẽ tìm hiểu về các đa giác đều, các phép quay giữ nguyên hình đa giác đều và ứng dụng của chúng trong thực tiễn.



Tứ giác nội tiếp có nhiều ứng dụng trong thiết kế, hội hoạ. Các tứ giác màu trắng trong hình là các tứ giác nội tiếp.

Bài 1 ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP TAM GIÁC. ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP TAM GIÁC

Ba cụm dân cư A, B, C nối với nhau bởi ba con đường AB, BC, CA như trong hình dưới đây. Người ta muốn tìm địa điểm O để xây một trường học và địa điểm I để lập một trạm cứu hộ xe, sao cho O cách đều ba điểm A, B, C và I cách đều ba con đường. Làm thế nào để xác định hai điểm O và I?

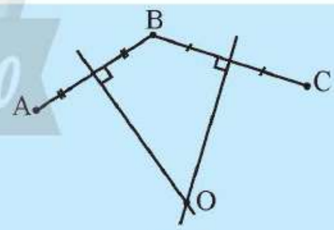


1. ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP TAM GIÁC

1 Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Gọi O là giao điểm của hai đường trung trực của đoạn thẳng AB và BC (Hình 1).

a) So sánh độ dài của các đoạn thẳng OA, OB và OC.

b) Vẽ đường tròn đi qua ba điểm A, B, C.

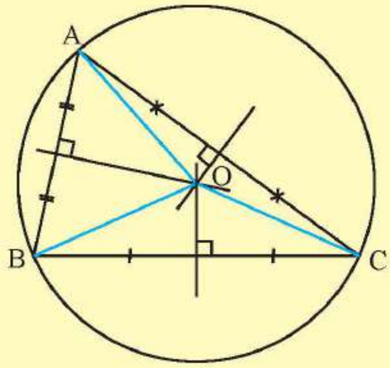


Hình 1

Từ 1, ta có:

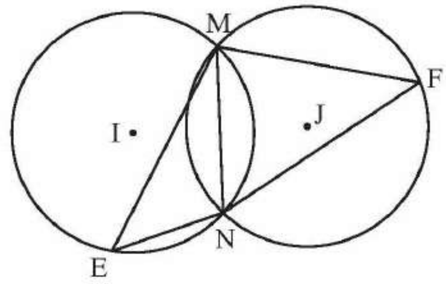
Đường tròn đi qua ba đỉnh của một tam giác gọi là *đường tròn ngoại tiếp tam giác*, khi đó tam giác được gọi là *tam giác nội tiếp đường tròn.*

Đường tròn ngoại tiếp tam giác có tâm là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác và có bán kính bằng khoảng cách từ giao điểm đó đến một đỉnh bất kì của tam giác.



Hình 2

Ví dụ 1. Cho hai đường tròn (I) và (J) cắt nhau tại M, N. Gọi E và F (khác M, N) là hai điểm lần lượt trên (I) và (J). Tìm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNE và đường tròn ngoại tiếp tam giác MNF.



Hình 3

Giải

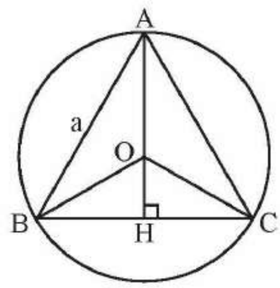
Ta có đường tròn (I) đi qua ba điểm M, N, E, suy ra (I) là đường tròn ngoại tiếp tam giác MNE.

Ta có đường tròn (J) đi qua ba điểm M, N, F, suy ra (J) là đường tròn ngoại tiếp tam giác MNF.

Ví dụ 2. Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC có cạnh bằng a.

Giải

Vẽ đường cao AH của tam giác ABC, gọi O là điểm nằm trên đoạn thẳng AH sao cho $OA = \frac{2}{3}AH$.



Hình 4

Do tam giác ABC đều nên O vừa là trọng tâm của tam giác vừa là giao điểm của ba đường trung trực.

Xét tam giác AHB vuông tại H, ta có

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC có tâm O và bán kính

$$R = OA = \frac{2}{3}AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Đường tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh a có tâm là trọng tâm của tam giác và bán kính bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

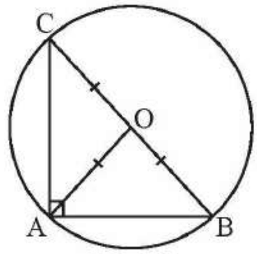
Ví dụ 3. Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC vuông tại A với BC = 10 cm.

Giải

Gọi O là trung điểm của cạnh huyền BC.

Ta có AO là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác ABC vuông tại A, suy ra $OA = OB = OC = \frac{BC}{2} = R = 5$ cm.

Vậy đường tròn tâm O bán kính 5 cm ngoại tiếp tam giác ABC.



Hình 5

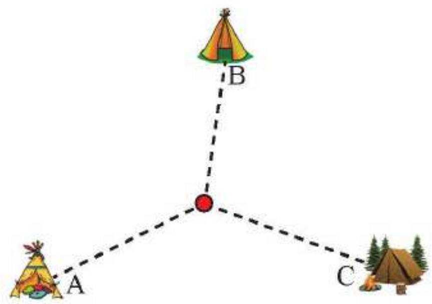
Đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông có tâm là trung điểm của cạnh huyền và bán kính bằng nửa cạnh huyền.

Thực hành 1. Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp mỗi tam giác sau:

a) Tam giác đều MNP có cạnh bằng 4 cm;

b) Tam giác EFG có EF = 5 cm; EG = 3 cm; FG = 4 cm.

Vận dụng 1. Có ba tổ dựng lều ở ba vị trí A, B, C như Hình 6. Ban tổ chức đặt ba thùng có dung tích bằng nhau tại một điểm tập kết chung. Mỗi tổ có sáu người, được phát một chiếc gàu giống nhau, các thành viên trong tổ chia thành từng cặp cõng nhau, múc nước từ trại của mình về đổ vào thùng tại điểm tập kết. Thùng của tổ nào đầy trước thì tổ đó chiến thắng. Để trò chơi công bằng, cần tìm điểm tập kết cách đều ba lều. Hãy xác định điểm đó.



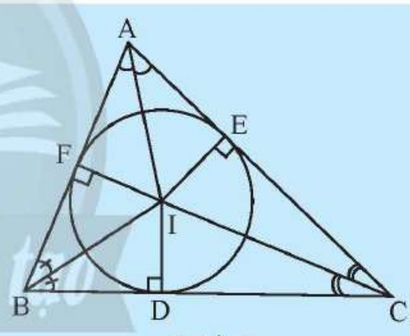
Hình 6

2. ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP TAM GIÁC

2 Gọi I là giao điểm ba đường phân giác của tam giác ABC. Vẽ ID, IE, IF lần lượt vuông góc với các cạnh BC, AC và AB (Hình 7).

a) Chứng minh rằng IE = IF = ID.

b) Vẽ đường tròn tâm I bán kính IE. Có nhận xét gì về vị trí của đường tròn này với ba cạnh của tam giác ABC?



Hình 7

Từ 2, ta có:

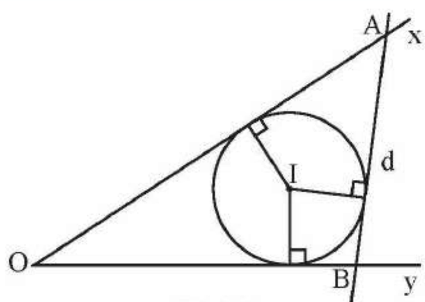
Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của tam giác gọi là *đường tròn nội tiếp tam giác*, khi đó tam giác được gọi là *tam giác ngoại tiếp đường tròn.*

Đường tròn nội tiếp tam giác có tâm là giao điểm của ba đường phân giác trong và bán kính bằng khoảng cách từ giao điểm đó đến một cạnh bất kì của tam giác.

Ví dụ 4. Cho góc xOy và đường tròn (I) tiếp xúc với hai cạnh Ox, Oy. Vẽ tiếp tuyến d của (I) sao cho d cắt Ox tại A, cắt Oy tại B và I nằm trong tam giác OAB. Tìm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB.

Giải

Ta có đường tròn (I) tiếp xúc với ba cạnh OA, OB và AB của tam giác OAB nên (I) là đường tròn nội tiếp tam giác OAB.



Hình 8

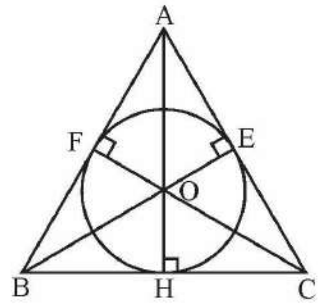
Ví dụ 5. Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng a.

Giải

Gọi O là giao điểm của ba đường cao AH, BE và CF của tam giác ABC.

Ta có tam giác ABC đều nên AH, BE, CF là ba đường trung tuyến, đồng thời là ba đường phân giác trong của tam giác.

Do đó, O là trọng tâm, đồng thời là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC với bán kính r = OH = OE = OF.



Hình 9

Xét tam giác AHB vuông tại H, ta có $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$,

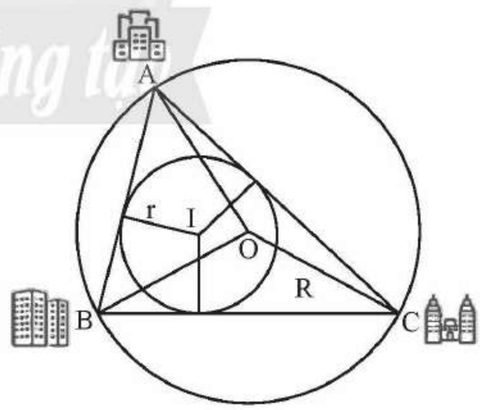
do đó $r = OH = \frac{1}{3}AH = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh a có tâm là trọng tâm của tam giác và bán kính bằng $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Nhận xét: Tam giác đều có tâm đường tròn nội tiếp và tâm đường tròn ngoại tiếp trùng nhau.

Thực hành 2. Xác định tâm và tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đều MNP có độ dài cạnh bằng 8 cm.

Vận dụng 2. Theo gợi ý trong Hình 10, nêu cách xác định hai điểm I và O của tình huống trong (trang 65).



Hình 10

BÀI TẬP

1. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 6 cm.

   a) Nêu cách vẽ đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

   b) Nêu cách vẽ đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

   c) Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp và bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

2. Cho tam giác ABC (AC < BC) nội tiếp đường tròn (O) có AB là đường kính. Từ điểm O vẽ đường thẳng song song với AC và cắt đường tròn (O) tại I (điểm I thuộc cung nhỏ CB).

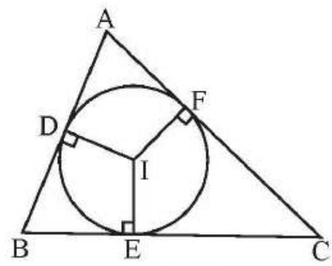
a) Chứng minh OI vuông góc với BC.

b) Vẽ tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và cắt đường thẳng OI tại M. Chứng minh MC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

3. Cho tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (I). Gọi D, E, F lần lượt là các tiếp điểm của đường tròn (I) với các cạnh AB, BC, AC (Hình 11).

a) Chứng minh 2AD = AB + AC – BC.

b) Tìm các hệ thức tương tự như hệ thức ở câu a.



Hình 11

4. Tính diện tích tam giác đều có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1 cm.

5. Một trại nuôi gia súc có dạng hình tam giác đều cạnh 100 m (Hình 12). Người ta muốn đặt một trụ đèn cao áp tại một điểm cách đều ba đỉnh của tam giác. Nêu cách xác định vị trí đặt đèn và tính khoảng cách từ điểm đó đến ba đỉnh của tam giác.

Hình 12

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được định nghĩa đường tròn ngoại tiếp tam giác.

– Xác định được tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác, trong đó có tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông, tam giác đều.

– Vẽ được đường tròn ngoại tiếp tam giác bằng dụng cụ học tập.

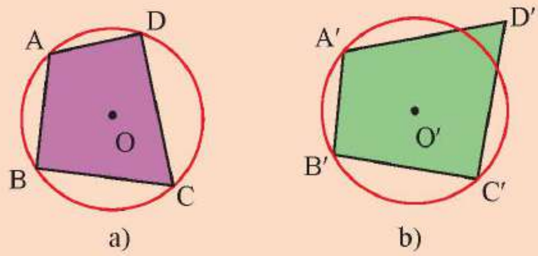
– Nhận biết được định nghĩa đường tròn nội tiếp tam giác.

– Xác định được tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác, trong đó có tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đều.

– Vẽ được đường tròn nội tiếp tam giác bằng dụng cụ học tập.

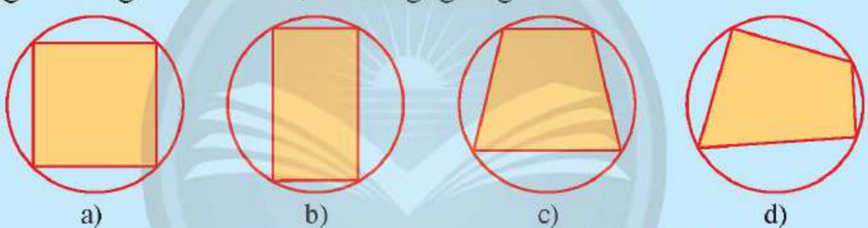
Bài 2 TỨ GIÁC NỘI TIẾP

Quan sát hai hình tứ giác ABCD và A'B'C'D', hãy nêu nhận xét sự khác biệt về vị trí các đỉnh của mỗi hình đối với đường tròn trong hình đó.



1. ĐỊNH NGHĨA TỨ GIÁC NỘI TIẾP

1 Các tứ giác trong Hình 1 có đặc điểm gì giống nhau?

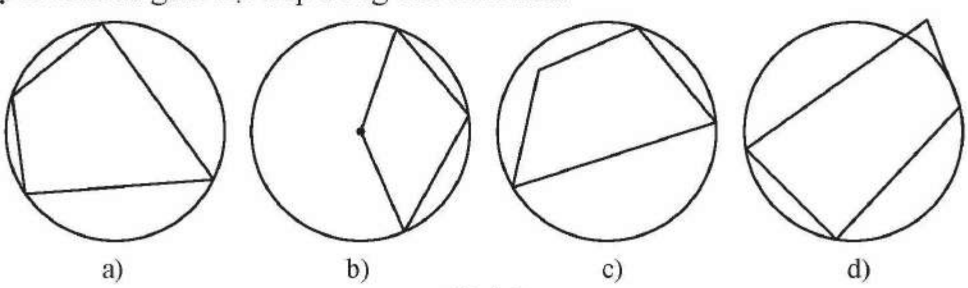


Hình 1

Một tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn được gọi là *tứ giác nội tiếp đường tròn* (gọi tắt là *tứ giác nội tiếp*).

Đường tròn đi qua bốn đỉnh của tứ giác gọi là *đường tròn ngoại tiếp* tứ giác đó.

Ví dụ 1. Tìm tứ giác nội tiếp trong các hình sau:



Hình 2

Giải

Tứ giác trong Hình 2a có bốn đỉnh đều nằm trên đường tròn nên là tứ giác nội tiếp. Còn các tứ giác trong các hình còn lại không phải là tứ giác nội tiếp.

Thực hành 1. Vẽ một tứ giác nội tiếp đường tròn và một tứ giác không nội tiếp đường tròn.

Vận dụng 1. Có nhận xét gì về tứ giác trong hình hoa văn trang trí mặt lưng của chiếc ghế với đường tròn trong Hình 3.

Hình 3

2. TÍNH CHẤT

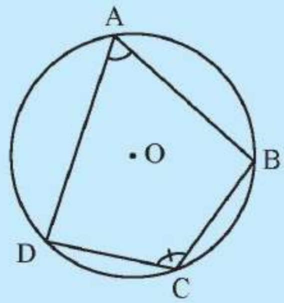
2 Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) (Hình 4).

a) Chỉ ra các cung chắn bởi mỗi góc nội tiếp $\widehat{DAB}$ và $\widehat{DCB}$.

b) Tính tổng số đo của các cung vừa tìm được.

c) Nêu kết luận về tổng số đo của hai góc $\widehat{DAB}$ và $\widehat{DCB}$.

d) Có nhận xét gì về tổng số đo của hai góc đối diện còn lại của tứ giác ABCD?



Hình 4

Từ 2, một cách tổng quát ta có định lí về tính chất các góc của tứ giác nội tiếp:

Định lí

Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối nhau bằng 180°.

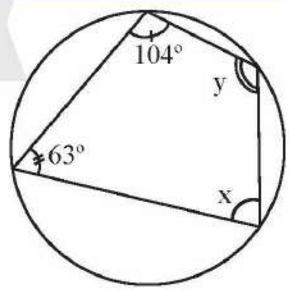
Ví dụ 2. Tìm giá trị x và y của tứ giác có trong Hình 5.

Giải

Tứ giác trong Hình 5 là tứ giác nội tiếp.

Do đó $x + 104^\circ = 180^\circ$, suy ra $x = 180^\circ - 104^\circ = 76^\circ$;

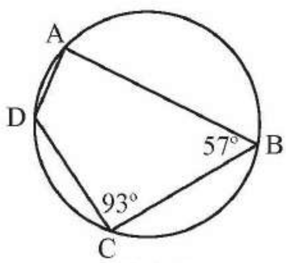
$y + 63^\circ = 180^\circ$, suy ra $y = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$.



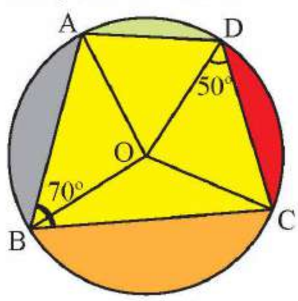
Hình 5

Thực hành 2. Tìm số đo các góc chưa biết của tứ giác ABCD trong Hình 6.

Vận dụng 2. Trong hình vẽ minh hoạ của học sinh có một tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm O (Hình 7). Cho biết $\widehat{ABC} = 70^\circ$, $\widehat{ODC} = 50^\circ$. Tìm góc $\widehat{AOD}$.



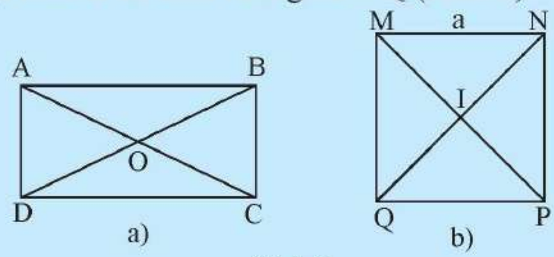
Hình 6



Hình 7

3. ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP HÌNH CHỮ NHẬT, HÌNH VUÔNG

Cho hình chữ nhật ABCD và hình vuông MNPQ (Hình 8).



Hình 8

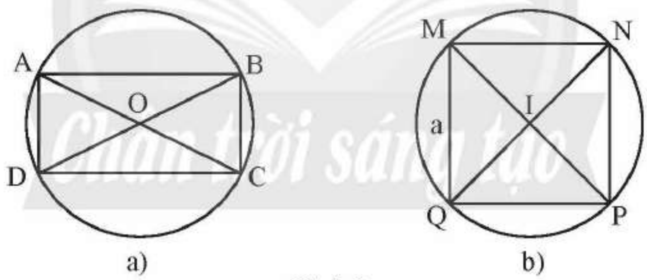
a) Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. So sánh độ dài các đoạn thẳng OA, OB, OC, OD. Nêu nhận xét về tâm và đường kính của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật ABCD.

b) Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp hình vuông MNPQ có cạnh bằng a.

Từ , ta có:

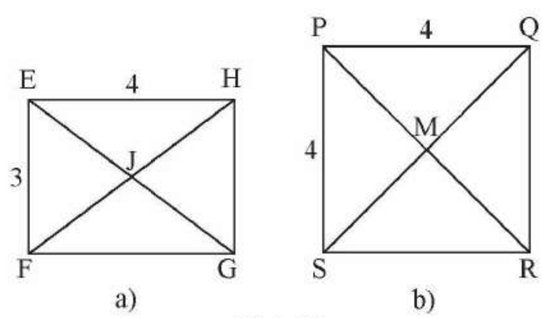
Hình chữ nhật, hình vuông là các tứ giác nội tiếp.

Đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật, hình vuông có tâm là giao điểm của hai đường chéo và có bán kính bằng nửa đường chéo.



Hình 9

Ví dụ 3. Xác định tâm và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật và hình vuông trong Hình 10.



Hình 10

Giải

Hình chữ nhật EFGH có J là giao điểm của hai đường chéo.

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác EFH vuông tại E, ta có

$$FH = \sqrt{EF^2 + EH^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Suy ra đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật EFGH có tâm J và bán kính $R = \frac{FH}{2} = \frac{5}{2}$.

Hình vuông PQRS có M là giao điểm của hai đường chéo.

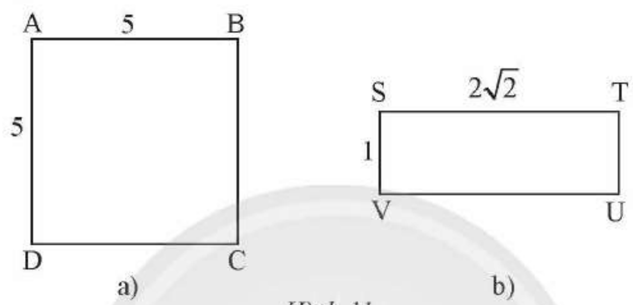
Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác PQR vuông tại Q, ta có

$$PR = \sqrt{PQ^2 + QR^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}.$$

Suy ra đường tròn ngoại tiếp hình vuông PQRS có tâm M và bán kính $R = \dfrac{PR}{2} = 2\sqrt{2}$.

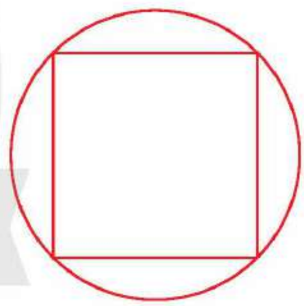
Nhận xét: Bán kính của đường tròn ngoại tiếp hình vuông cạnh a bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thực hành 3. Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp hình vuông và hình chữ nhật trong Hình 11.



Hình 11

Vận dụng 3. Một người muốn thiết kế một bảng hiệu gồm một hình vuông nội tiếp một đường tròn có bán kính R = 3 cm (Hình 12). Tính diện tích hình vuông đó.



Hình 12

BÀI TẬP

1. Cho ABCD là tứ giác nội tiếp. Hãy hoàn thành các giá trị còn thiếu của bảng sau vào vở.

Góc \ Trường hợp	1	2	3	4
$\widehat{A}$	90°	?	?	66°
$\widehat{B}$	120°	?	75°	?
$\widehat{C}$	?	80°	89°	?
$\widehat{D}$	?	70°	?	88°

2. Cho tam giác nhọn ABC. Gọi A′, B′, C′ lần lượt là chân của ba đường cao kẻ từ A, B, C và H là trực tâm của tam giác đó. Hãy chỉ các tứ giác nội tiếp có trong hình.

3. Xác định tâm và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật ABCD trong mỗi trường hợp sau:

   a) AB = 6 cm, BC = 8 cm;   b) AC = 9 cm.

4. Cho hình vuông MNPQ nội tiếp đường tròn bán kính R. Tính độ dài cạnh và đường chéo của hình vuông theo R.

5. Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn (O), vẽ cát tuyến MBC và tiếp tuyến Mt tiếp xúc với (O) tại A. Gọi I là trung điểm của dây BC. Chứng minh AMIO là một tứ giác nội tiếp.

6. Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm M bất kì trên đoạn AC, đường tròn đường kính CM cắt hai đường thẳng BM và BC lần lượt tại D và N. Chứng minh rằng:

   a) Tứ giác ABCD nội tiếp;

   b) Các đường thẳng AB, MN, CD cùng đi qua một điểm.

7. Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh bằng a. Góc vuông xAy thay đổi sao cho tia Ax cắt đoạn thẳng BC tại M và tia Ay cắt đoạn thẳng CD kéo dài tại N.

   a) Chứng minh hai tam giác ABM và ADN bằng nhau.

   b) Gọi O là trung điểm của MN. Chứng minh ABMO và ANDO là các tứ giác nội tiếp.

   c) Chứng minh ba điểm B, D, O thẳng hàng.

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận biết được tứ giác nội tiếp đường tròn và giải thích được định lí về tổng hai góc đối của tứ giác nội tiếp bằng 180°.

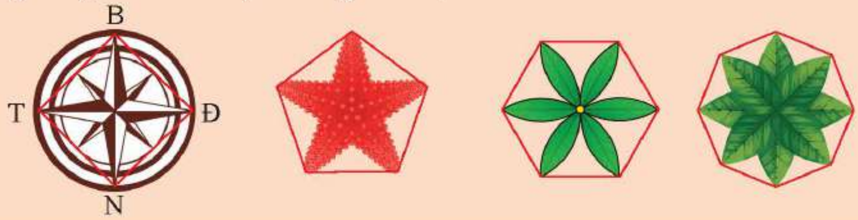
– Xác định được tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật, hình vuông.

Bài 3 ĐA GIÁC ĐỀU VÀ PHÉP QUAY

Trong mỗi đường gấp khúc khép kín nối các đỉnh của mỗi hình dưới đây, nhận xét về:

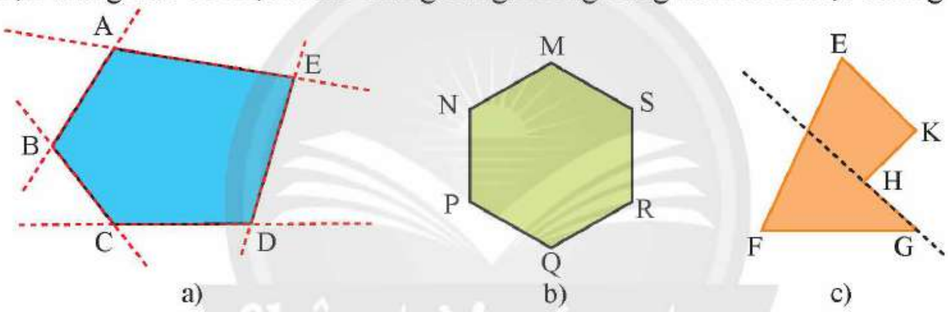
– độ dài các đoạn thẳng;

– góc hợp bởi hai đoạn thẳng liên tiếp.



1. KHÁI NIỆM ĐA GIÁC ĐỀU

Đa giác ABCDE là hình gồm các đoạn thẳng AB, BC, CD, DE và EA, trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào có một điểm chung cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.



Hình 1

Trong Hình 1, ta có các đa giác ABCDE, MNPQRS, EFGHK.

Xét đa giác ABCDE (Hình 1a):

– Các điểm A, B, C, D, E gọi là các *đỉnh*.

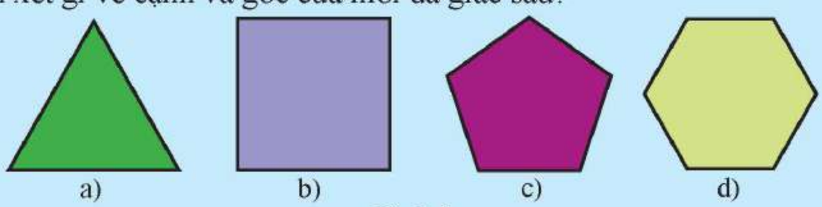
– Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DE, EA gọi là các *cạnh*.

– Các góc $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCD}$, $\widehat{CDE}$, $\widehat{DEA}$, $\widehat{EAB}$ gọi là các *góc* của đa giác.

Đa giác được gọi là *đa giác lồi* nếu nó luôn nằm về một phía của bất kì đường thẳng nào đi qua một cạnh của đa giác đó.

Chẳng hạn, Hình 1a, b là đa giác lồi; Hình 1c không là đa giác lồi.

1 Có nhận xét gì về cạnh và góc của mỗi đa giác sau?



Hình 2

Từ , tổng quát ta có định nghĩa:

Đa giác lồi có các cạnh bằng nhau và các góc bằng nhau gọi là *đa giác đều*.

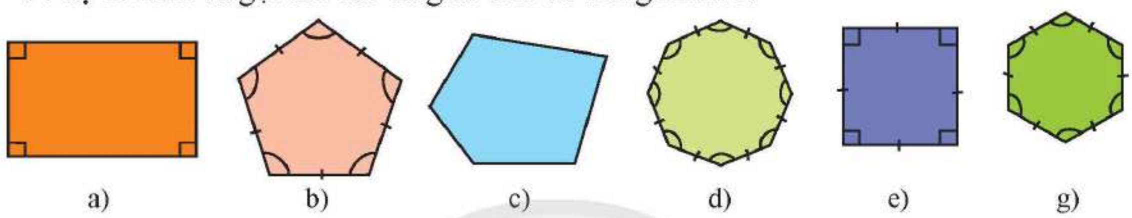
Chú ý:

– Đa giác đều có số cạnh bằng n được gọi là n-*giác đều*.

– Với n lần lượt bằng 3, 4, 5, 6, 8, ... ta có *tam giác đều*, *tứ giác đều (hình vuông)*, *ngũ giác đều*, *lục giác đều*, *bát giác đều*, ...

– Từ nay, khi nói đến đa giác mà không chú thích gì thêm, ta hiểu đó là đa giác lồi.

Ví dụ 1. Tìm và gọi tên các đa giác đều có trong Hình 3.



Hình 3

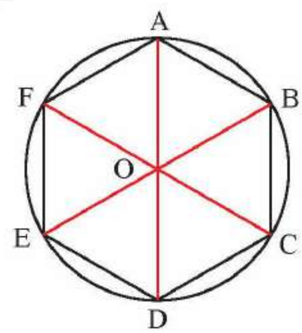
Giải

Ta có Hình 3b là ngũ giác đều; Hình 3d là bát giác đều; Hình 3e là tứ giác đều; Hình 3g là lục giác đều.

Các Hình 3a và Hình 3c không phải là đa giác đều.

Ví dụ 2. Cho đường tròn (O; R). Lấy các điểm A, B, C, D, E, F trên đường tròn (O; R) sao cho số đo các cung $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CD}$, $\overset{\frown}{DE}$, $\overset{\frown}{EF}$, $\overset{\frown}{FA}$ bằng nhau. Đa giác ABCDEF có là đa giác đều không? Vì sao?

Giải



Hình 4

Các cung $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CD}$, $\overset{\frown}{DE}$, $\overset{\frown}{EF}$, $\overset{\frown}{FA}$ chia đường tròn (O; R) thành sáu cung có số đo bằng nhau, suy ra mỗi cung có số đo bằng $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$.

Ta có $\widehat{AOB}$ là góc ở tâm chắn cung AB, $\widehat{BOC}$ là góc ở tâm chắn cung BC.

Suy ra $\widehat{AOB} = sđ\overset{\frown}{AB} = 60^\circ$, $\widehat{BOC} = sđ\overset{\frown}{BC} = 60^\circ$.

Xét tam giác OAB, ta có: OA = OB = R; $\widehat{AOB} = 60^\circ$.

Suy ra tam giác OAB đều, do đó AB = OA = R và $\widehat{ABO} = 60^\circ$.   (1)

Tương tự, tam giác BOC có OB = OC = R và $\widehat{BOC} = 60^\circ$.

Suy ra tam giác OBC đều, do đó BC = OB = R và $\widehat{OBC} = 60^\circ$.   (2)

Từ (1) và (2) suy ra AB = BC = R và $\widehat{ABC} = \widehat{ABO} + \widehat{OBC} = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$.

Chứng minh tương tự, ta có đa giác ABCDEF có các cạnh đều bằng R và các góc đều bằng 120°.
Vậy ABCDEF là một đa giác đều.

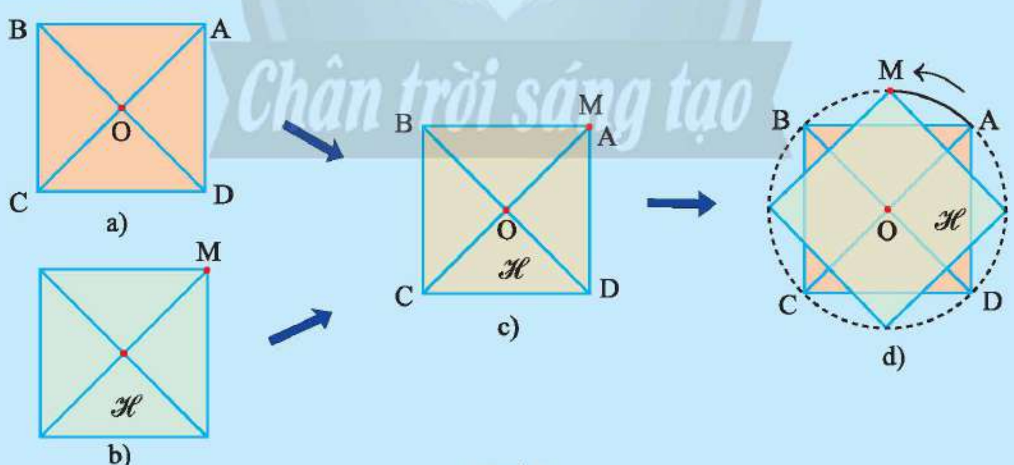
Chú ý: Người ta chứng minh được, với mỗi đa giác đều có đúng một điểm I cách đều tất cả các đỉnh của đa giác. Điểm I gọi là tâm của đa giác đó.

Thực hành 1. Cho đường tròn (O; R), trên đó lấy các điểm M, N, P, Q, R sao cho số đo các cung $\overset{\frown}{MN}$, $\overset{\frown}{NP}$, $\overset{\frown}{PQ}$, $\overset{\frown}{QR}$, $\overset{\frown}{RM}$ bằng nhau. Đa giác MNPQR có là đa giác đều không? Vì sao?

Vận dụng 1. Cho lục giác đều ABCDEF có M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DE, EF, FA. Đa giác MNPQRS có là đa giác đều không? Vì sao?

2. PHÉP QUAY

2 Vẽ hình vuông ABCD tâm O (Hình 5a). Cắt một tấm bìa hình vuông (gọi là $\mathcal{H}$) cùng độ dài cạnh với hình vuông ABCD (Hình 5b). Đặt hình vuông $\mathcal{H}$ trùng khít lên hình vuông ABCD sao cho đỉnh M của $\mathcal{H}$ trùng với điểm A, rồi dùng đinh ghim cố định tâm của $\mathcal{H}$ tại tâm O của hình vuông ABCD (Hình 5c). Quay hình vuông $\mathcal{H}$ quanh điểm O ngược chiều kim đồng hồ cho đến khi đỉnh M của $\mathcal{H}$ trùng lại với đỉnh A (Hình 5d).



Hình 5

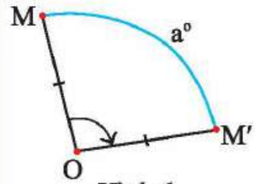
a) Khi điểm M trùng với B thì M vạch nên một cung tròn có số đo bao nhiêu?

b) Trong quá trình trên, hình vuông $\mathcal{H}$ trùng khít với hình vuông ABCD bao nhiêu lần (không tính vị trí ban đầu trước khi quay)? Ứng với mỗi lần đó, điểm M vạch nên cung có số đo bao nhiêu?

Trong [icon 2], khi điểm M vạch nên cung a° thì các điểm khác của $\mathscr{H}$ cũng vạch nên cung có số đo a°. Khi đó, ta cũng nói hình $\mathscr{H}$ đã được quay theo phép quay a° tâm O ngược chiều kim đồng hồ.

Phép quay thuận chiều $\alpha°$ ($0° < \alpha° < 360°$) *tâm* O giữ nguyên điểm O, biến điểm M khác điểm O thành điểm M′ thuộc đường tròn (O; OM) sao cho khi tia OM quay thuận chiều kim đồng hồ đến tia OM′ thì điểm M tạo nên cung MM′ có số đo $\alpha°$. Định nghĩa tương tự cho *phép quay ngược chiều* $\alpha°$ *tâm* O.

Phép quay 0° hay 360° giữ nguyên mọi điểm.



Hình 6

Chú ý:

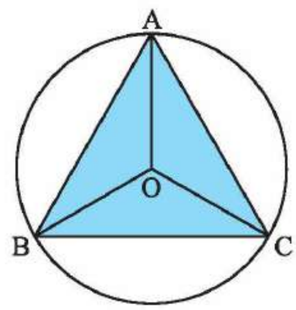
a) Ta coi mỗi phép quay tâm O biến O thành chính nó.

b) Nếu một phép quay biến các điểm M trên hình $\mathscr{H}$ thành các điểm M′ thì các điểm M′ tạo thành hình $\mathscr{H}'$. Khi đó, ta nói phép quay biến hình $\mathscr{H}$ thành hình $\mathscr{H}'$. Nếu hình $\mathscr{H}'$ trùng với hình $\mathscr{H}$ thì ta nói phép quay biến hình $\mathscr{H}$ thành chính nó.

Ví dụ 3. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O). Hãy chỉ ra các phép quay biến tam giác ABC thành chính nó.

Giải

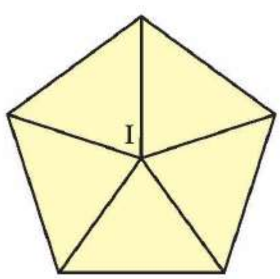
Ba đỉnh A, B, C của tam giác đều ABC chia đường tròn (O) thành ba cung bằng nhau, mỗi cung có số đo 120°. Từ đó, các phép quay biến tam giác đều ABC thành chính nó là các phép quay 120°, 240° hoặc 360° tâm O cùng chiều kim đồng hồ hoặc ngược chiều kim đồng hồ.



Hình 7

Thực hành 2. Tìm phép quay biến hình ngũ giác đều tâm I thành chính nó (Hình 8).

Vận dụng 2. Một vòng quay may mắn có dạng hình đa giác đều 10 cạnh (Hình 9). Tìm các phép quay biến đa giác này thành chính nó.



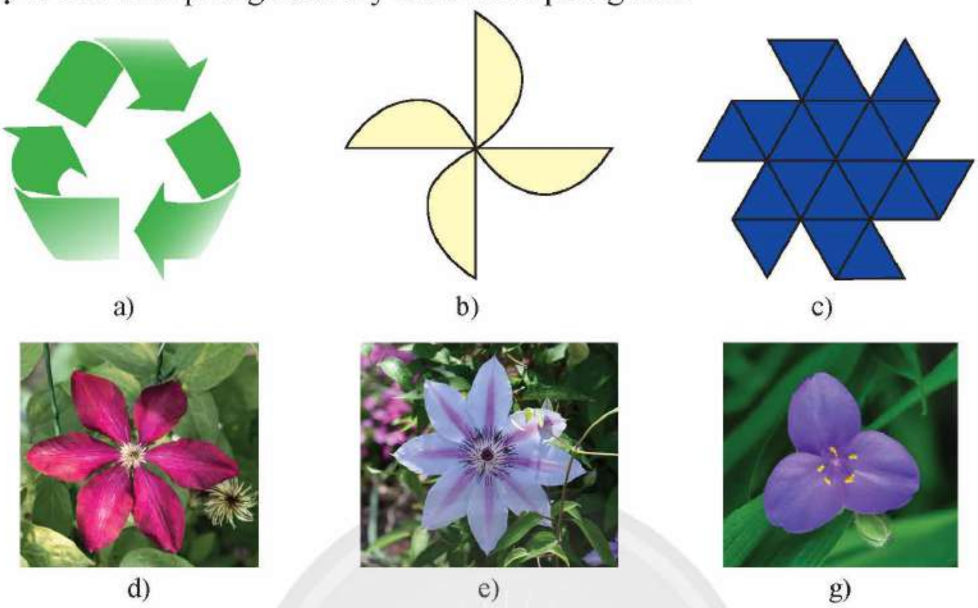
Hình 8


Hình 9

3. HÌNH PHẲNG ĐỀU TRONG THỰC TẾ

Tương tự như các đa giác đều, trong tự nhiên, sản xuất, thiết kế, ... cũng có các hình phẳng đều.

Ví dụ 4. Các hình phẳng dưới đây là các hình phẳng đều.

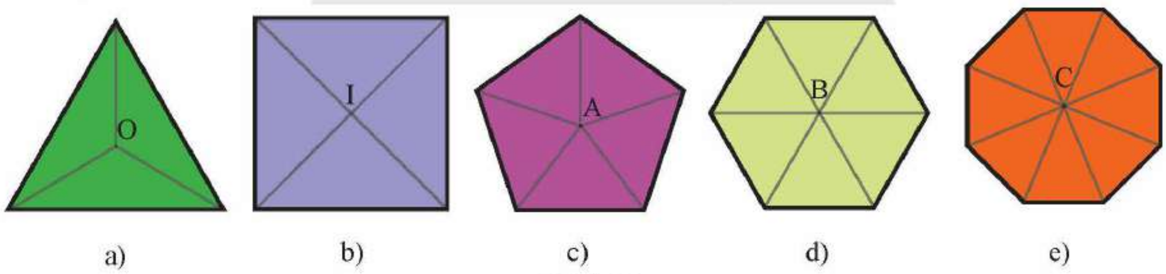


Hình 10

Thực hành 3. Em hãy tìm một vài hình phẳng đều trong thực tế.

BÀI TẬP

1. Gọi tên đa giác đều trong mỗi hình sau và tìm các phép quay có thể biến mỗi hình dưới đây thành chính nó.

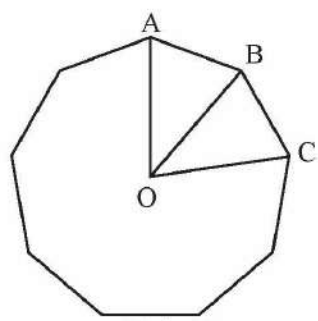


Hình 11

2. Cho đa giác đều 9 cạnh có tâm O và AB, BC là hai cạnh của đa giác (Hình 12).

a) Tìm số đo các góc $\widehat{AOB}$, $\widehat{ABO}$, $\widehat{ABC}$.

b) Tìm các phép quay biến đa giác thành chính nó.



Hình 12

3. Đường viền ngoài của chiếc đồng hồ trong Hình 13 được làm theo hình đa giác đều nào? Tìm phép quay biến đa giác này thành chính nó.

Hình 13

4. Cho đường tròn (O; R).

a) Vẽ hình tam giác đều, hình vuông, hình lục giác đều có các đỉnh nằm trên (O; R).

b) Tính các cạnh của các hình vừa vẽ theo R.

5. Tìm các hình phẳng có tính đều:

a) Trong tự nhiên; b) Trong sản xuất, thiết kế, mĩ thuật.

6. Vòng trong của mái giếng trời hình hoa sen của nhà ga Bến Thành (Thành phố Hồ Chí Minh) có dạng đa giác đều 12 cạnh (Hình 14).

Hãy chỉ ra các phép quay biến đa giác đều đó thành chính nó.

Hình 14

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Nhận dạng được đa giác đều.

– Nhận biết được phép quay. Mô tả được các phép quay giữ nguyên hình đa giác đều.

– Nhận biết được những hình phẳng đều trong tự nhiên, nghệ thuật, kiến trúc, công nghệ chế tạo. Nhận biết được vẻ đẹp của thế giới tự nhiên biểu hiện qua tính đều.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 9

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

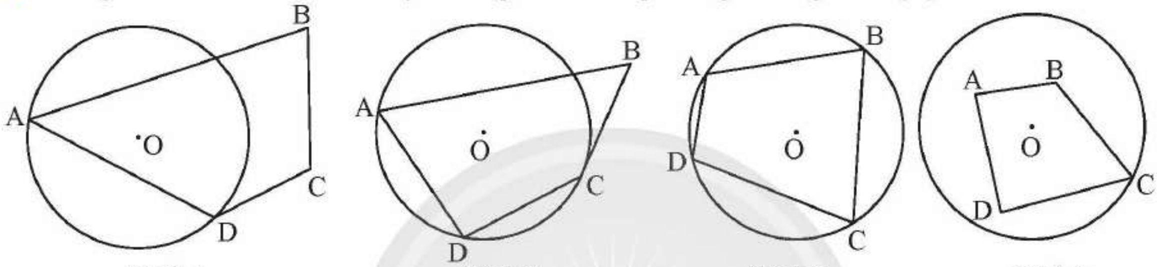
1. Cho tam giác đều ABC có đường cao AH = 9 cm. Bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác có độ dài là

A. 6 cm. B. 3 cm. C. 4,5 cm. D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm.

2. Cho tam giác vuông cân ABC có AB = AC = 4 cm. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác có độ dài là

A. $2\sqrt{2}$ cm. B. $\sqrt{2}$ cm. C. $4\sqrt{2}$ cm. D. $8\sqrt{2}$ cm.

3. Tứ giác ở hình nào dưới đây là tứ giác nội tiếp trong đường tròn (O)?



Hình 1 *Hình 2* *Hình 3* *Hình 4*

A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

4. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

A. Mọi tứ giác luôn nội tiếp được đường tròn.

B. Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối nhau bằng 90°.

C. Tổng số đo hai góc đối của một tứ giác nội tiếp luôn bằng 180°.

D. Tất cả các hình thang đều là tứ giác nội tiếp.

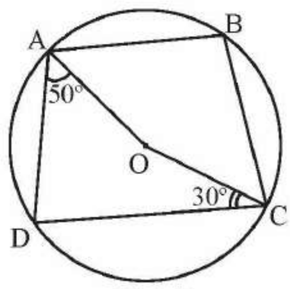
5. Cho tứ giác MNPQ nội tiếp đường tròn (O; R) và $\widehat{M} = 60^\circ$. Số đo của $\widehat{P}$ là

A. 30°. B. 120°. C. 180°. D. 90°.

6. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). Biết $\widehat{DAO} = 50^\circ$, $\widehat{OCD} = 30^\circ$ (Hình 5). Số đo của $\widehat{ABC}$ là

A. 80°. B. 90°

C. 100°. D. 110°.



Hình 5

7. Cho tứ giác ABDC nội tiếp có $\widehat{ACD} = 60^\circ$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $\widehat{ADC} = 60^\circ$. B. $\widehat{ADC} = 120^\circ$.

C. $\widehat{ABD} = 60^\circ$. D. $\widehat{ABD} = 120^\circ$.

8. Cho lục giác đều ABCDEF nội tiếp đường tròn bán kính R. Độ dài cạnh AB bằng

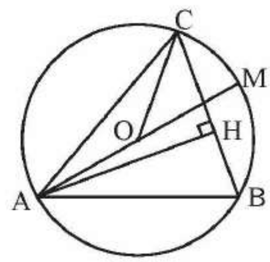
A. R. B. $R\sqrt{3}$. C. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{R}{2}$.

9. Cho tam giác đều ABC có O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Phép quay nào với O là tâm biến tam giác ABC thành chính nó?

A. 90°. B. 100°. C. 110°. D. 120°.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

10. Cho tam giác nhọn ABC có đường cao AH ($H \in BC$) và nội tiếp đường tròn tâm O có đường kính AM (Hình 6). Chứng minh $\widehat{OAC} = \widehat{BAH}$.



Hình 6

11. Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC) có AH là đường cao. Lần lượt vẽ đường tròn (O) đường kính BH và đường tròn (O′) đường kính HC.

a) Xét vị trí tương đối của hai đường tròn (O) và (O′).

b) Đường tròn (O) cắt AB tại E, đường tròn (O′) cắt AC tại F. Chứng minh rằng tứ giác AEHF là hình chữ nhật.

c) Chứng minh rằng EF là tiếp tuyến của đường tròn (O) và đồng thời là tiếp tuyến của đường tròn (O′).

d) Đường trung tuyến AM của tam giác ABC cắt EF tại N. Cho biết AB = 6 cm, AC = 8 cm. Tính diện tích tam giác ANF.

12. Mái nhà trong Hình 7 được đỡ bởi khung hình đa giác đều. Gọi tên đa giác đó. Tìm phép quay biến đa giác đó thành chính nó.

a) b)

Hình 7

HÌNH HỌC TRỰC QUAN

Chương 10 CÁC HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

Những vật thể có dạng hình trụ, hình nón, hình cầu thường xuất hiện trong tự nhiên và đời sống. Trong chương này, các em sẽ tìm hiểu cách mô tả và tạo lập các hình đó, tính diện tích xung quanh và thể tích của chúng, vận dụng các kiến thức này giải quyết một số vấn đề trong thực tiễn.

Khu du lịch Bà Nà, Đà Nẵng

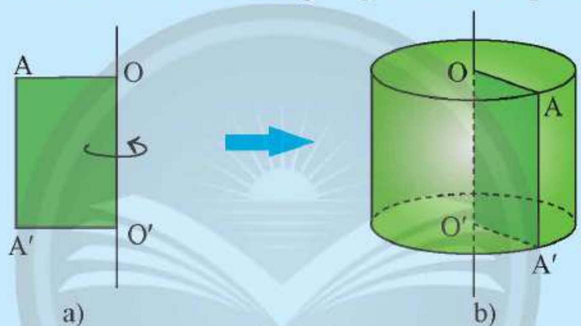
Những công trình có dạng hình trụ, hình nón, hình cầu đã góp phần tạo nên một không gian kiến trúc độc đáo.

Bài 1 HÌNH TRỤ

Cuộn giấy in trong nhà máy, hộp sữa, hộp đựng quả cầu lông như hình bên có đặc điểm gì chung? Trong thực tế có đồ vật nào có hình dạng tương tự?

1. HÌNH TRỤ

Cho tấm bìa có dạng hình chữ nhật AA'O'O (Hình 1a). Khi quay tấm bìa một vòng quanh cạnh OO' cố định thì hình tạo ra giống với đồ vật quen thuộc nào?



Hình 1

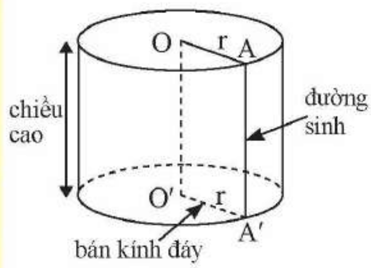
Từ, ta có định nghĩa:

Khi quay hình chữ nhật AA'O'O một vòng quanh cạnh OO' cố định ta được một *hình trụ* (Hình 2).

– Cạnh OA, O'A' quét thành hai hình tròn có cùng bán kính gọi là *hai đáy* của hình trụ; bán kính của đáy gọi là *bán kính đáy* của hình trụ.

– Cạnh AA' quét thành mặt xung quanh của hình trụ, mỗi vị trí của AA' được coi là một *đường sinh*.

– Độ dài đoạn OO' gọi là *chiều cao* của hình trụ. Các đường sinh có độ dài bằng nhau và bằng chiều cao của hình trụ.

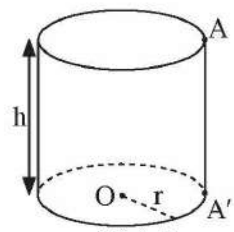


Hình 2

Ví dụ 1. Quan sát và cho biết bán kính đáy, đường sinh, độ dài đường sinh và chiều cao của hình trụ trong Hình 3.

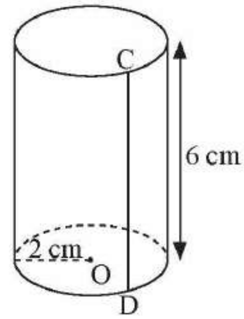
Giải

Hình trụ ở Hình 3 có: r là bán kính đáy; AA' là đường sinh; h là độ dài đường sinh và cũng là chiều cao của hình trụ đó.



Hình 3

Thực hành 1. Quan sát và cho biết đường sinh, độ dài bán kính đáy và chiều cao của hình trụ trong Hình 4.



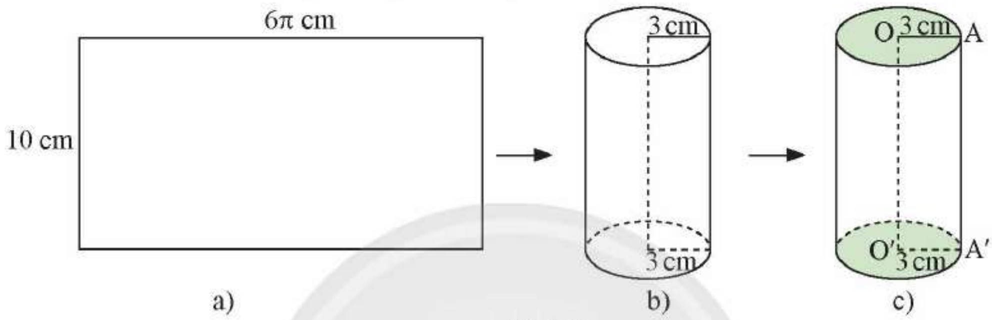
Hình 4

Thực hành 2. Tạo lập chiếc hộp dạng hình trụ có chiều cao 10 cm, bán kính đáy 3 cm theo hướng dẫn sau:

Bước 1: Cắt một tấm bìa hình chữ nhật có cạnh 10 cm và cạnh 6π cm ($\approx$ 19 cm) (Hình 5a).

Bước 2: Ghép hai cạnh 10 cm của tấm bìa lại với nhau sao cho hai cạnh 6π cm được uốn cong tạo thành hai đường tròn như Hình 5b.

Bước 3: Cắt hai tấm bìa hình tròn bán kính 3 cm rồi dán vào hai đường tròn vừa tạo thành ở Bước 2, ta được chiếc hộp như yêu cầu (Hình 5c).

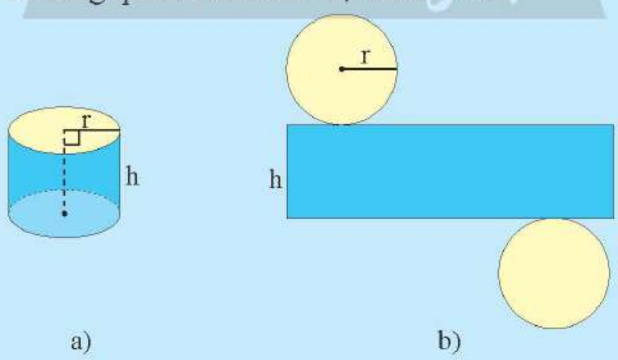


Hình 5

2. DIỆN TÍCH XUNG QUANH CỦA HÌNH TRỤ

2 Hình khai triển của một hình trụ có bán kính đáy r, chiều cao h (Hình 6a) gồm hai hình tròn và một hình chữ nhật (Hình 6b). Diện tích của hình chữ nhật trong Hình 6b được gọi là *diện tích xung quanh của hình trụ*.

Hãy tính diện tích xung quanh của hình trụ theo r và h.



Hình 6

Từ 2, ta có công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ như sau:

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là:

$$S_{xq} = 2\pi rh.$$

Chú ý: Diện tích toàn phần của hình trụ bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích hai đáy.

Ví dụ 2. Tính diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy 2 m và chiều cao 3 m.

Giải

Diện tích xung quanh của hình trụ là

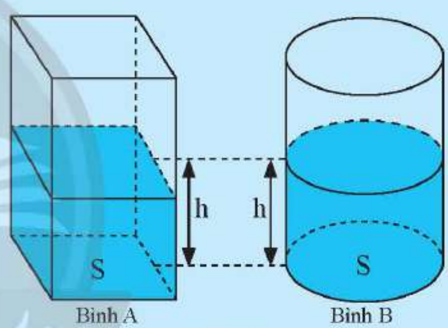
$$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \,.\, 2 \,.\, 3 = 12\pi \ (m^2).$$

Vận dụng. Một nhà máy dự định sản xuất thùng phuy đựng dầu nhớt dạng hình trụ có đường kính đáy 0,6 m và chiều cao 0,9 m (Hình 7). Bỏ qua diện tích các mép thùng, hãy tính diện tích thép cần để sản xuất 100 thùng phuy như vậy (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Hình 7

3. THỂ TÍCH CỦA HÌNH TRỤ

3 Cho hai cái bình có cùng diện tích đáy: bình A có dạng hình hộp chữ nhật, bình B có dạng hình trụ. Ban đầu cả hai bình đều không chứa nước. Người ta đổ cùng một lượng nước vào hai bình thì thấy chiều cao của mực nước ở hai bình bằng nhau (Hình 8). Gọi S là diện tích đáy và h là chiều cao của mực nước ở mỗi bình.



Hình 8

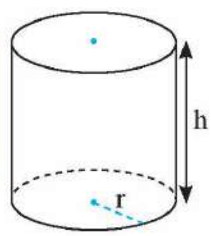
a) Tính thể tích V của lượng nước trong bình A theo S và h. Từ đó, dự đoán thể tích của lượng nước trong bình B.

b) Gọi r là bán kính đáy của bình B. Hãy tính thể tích lượng nước trong bình B theo r và h.

Từ 3, ta có công thức tính thể tích hình trụ như sau:

Thể tích V của hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là:

$$V = S \,.\, h = \pi r^2 h \text{ (S là diện tích đáy của hình trụ).}$$



Hình 9

Ví dụ 3. Tính thể tích của hình trụ có bán kính đáy 10 m, chiều cao 15 m.

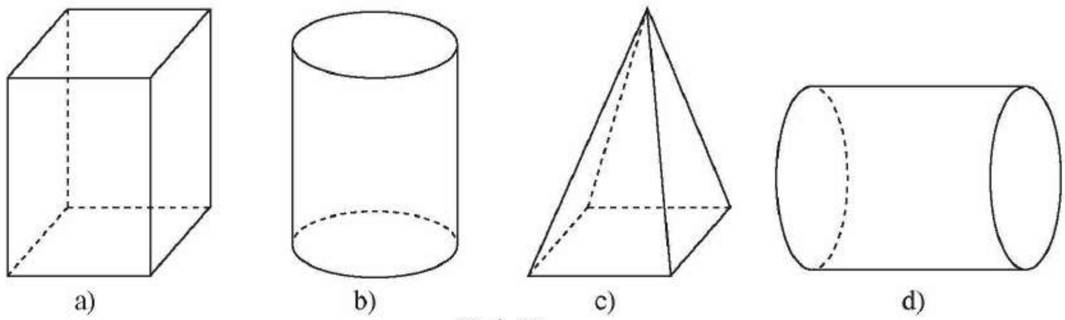
Giải

Thể tích của hình trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi \,.\, 10^2 \,.\, 15 = 1500\pi \ (m^3)$.

Thực hành 3. Phần bên trong của một cái bể hình trụ có chiều cao 2,1 m và bán kính đáy 1,5 m. Tính thể tích lượng nước trong bể biết mực nước bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bể (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

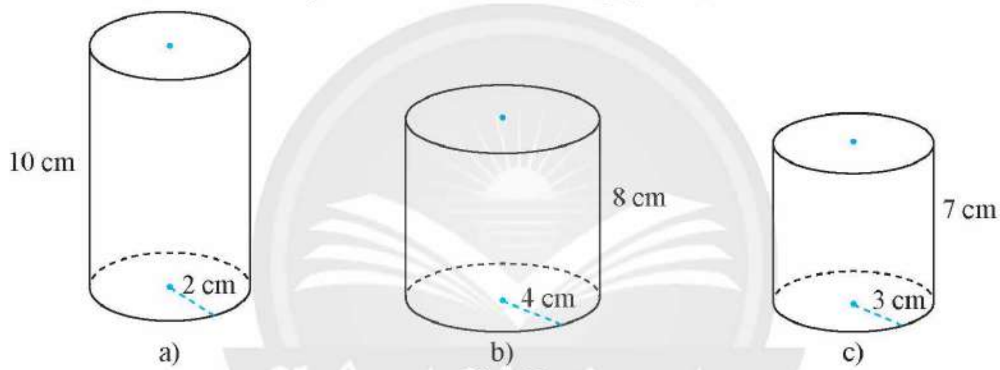
BÀI TẬP

1. Trong các hình sau đây, hình nào là hình trụ?



Hình 10

2. Tìm chiều cao, bán kính đáy và tính diện tích xung quanh, thể tích của mỗi hình trụ sau:

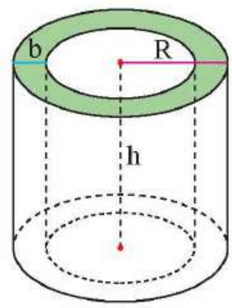


Hình 11

3. Tạo lập hình trụ có bán kính đáy 4 cm, chiều cao 7 cm.

4. Phần bên trong một chiếc thùng có dạng hình trụ với bán kính đáy 0,6 m, chiều cao 0,8 m. Người ta muốn sơn mặt bên trong của hình trụ (bao gồm một mặt đáy). Hỏi diện tích cần sơn là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

5. Một bể nước hình trụ có bán kính đáy R = 1,2 m (tính từ tâm bể đến mép ngoài), bề dày của thành bể là b = 0,05 m, chiều cao lòng bể là h = 1,6 m (Hình 12). Tính dung tích của bể nước (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Hình 12

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Mô tả được đường sinh, chiều cao, bán kính đáy của hình trụ, tạo lập được hình trụ.

– Tính được diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ.

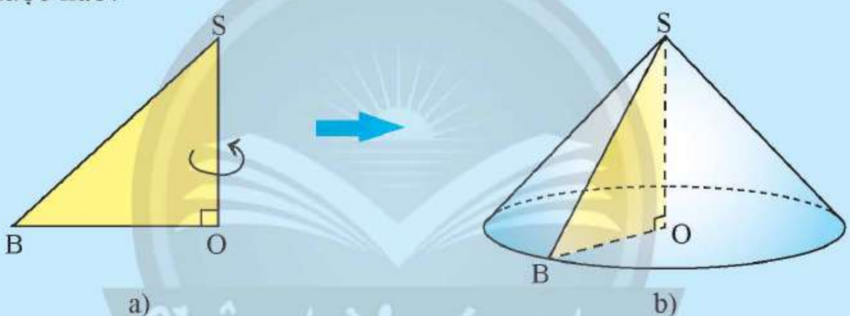
– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ.

Bài 2 HÌNH NÓN

Vỏ kem ốc quế, chao đèn trang trí, chiếc nón lá ở hình bên có đặc điểm gì chung?
Tìm một số vật thể trong thực tế có hình dạng tương tự.

1. HÌNH NÓN

1 Cho tấm bìa có dạng hình tam giác OSB vuông tại O, cạnh SO cố định (Hình 1a). Khi quay tấm bìa một vòng quanh cạnh SO thì hình tạo ra giống với đồ vật quen thuộc nào?



Hình 1

Từ 1, ta có định nghĩa:

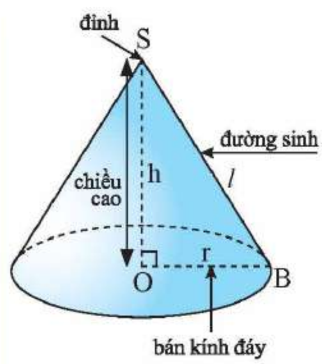
Khi quay tam giác vuông SOB một vòng quanh cạnh góc vuông SO cố định ta được một *hình nón* (Hình 2).

– S gọi là *đỉnh* của hình nón.

– Cạnh OB quét thành hình tròn gọi là *đáy* của hình nón. Bán kính của đáy gọi là *bán kính đáy* của hình nón.

– Cạnh SB quét thành mặt xung quanh của hình nón. Mỗi vị trí của SB là một *đường sinh*.

– Độ dài SO là *chiều cao* của hình nón.



Hình 2

Chú ý: Độ dài đường sinh l của hình nón có bán kính đáy r và chiều cao h được tính bởi công thức:

$$l = \sqrt{r^2 + h^2}.$$

Ví dụ 1. Quan sát hình nón (Hình 3) và cho biết:

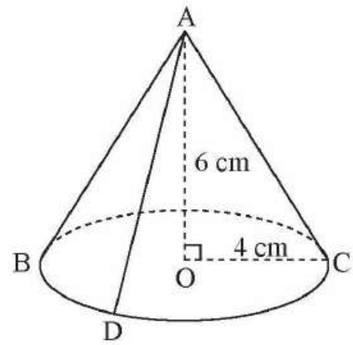
a) Đỉnh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón;

b) Trên hình vẽ có những đường sinh nào.

Giải

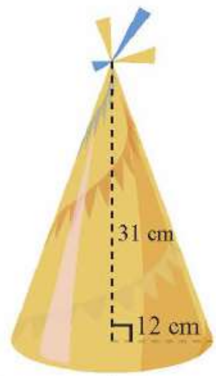
a) Hình nón có A là đỉnh, chiều cao là 6 cm, bán kính đáy là 4 cm.

b) Các đường sinh có trên hình vẽ là AB, AC, AD.



Hình 3

Thực hành 1. Chiếc mũ ở Hình 4 có dạng hình nón. Cho biết bán kính đáy, chiều cao và độ dài đường sinh của hình nón đó.



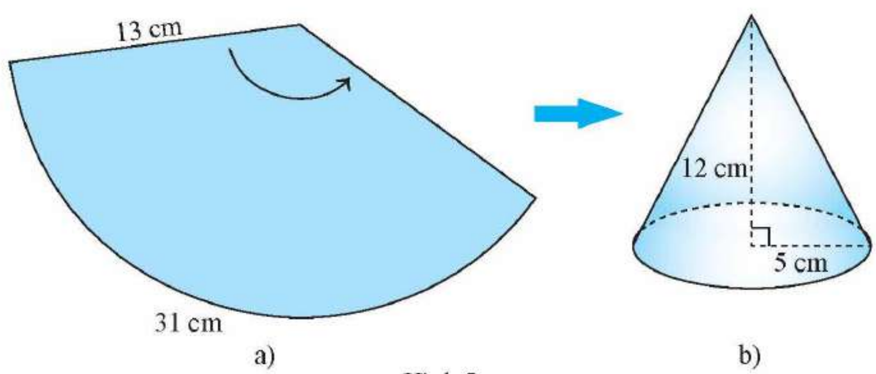
Hình 4

Thực hành 2. Tạo lập hình nón có chiều cao 12 cm và bán kính đáy 5 cm theo hướng dẫn sau:

– Cắt tấm bìa hình quạt tròn có bán kính bằng độ dài đường sinh $l = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ (cm), độ dài cung của hình quạt tròn bằng 10π cm ≈ 31 cm (Hình 5a).

– Cắt tấm bìa hình tròn bán kính 5 cm.

– Ghép và dán hai mép hình quạt tròn lại với nhau sao cho cung của nó tạo thành đường tròn, rồi dán tấm bìa hình tròn ở trên vào làm đáy, ta được hình nón như Hình 5b.



Hình 5

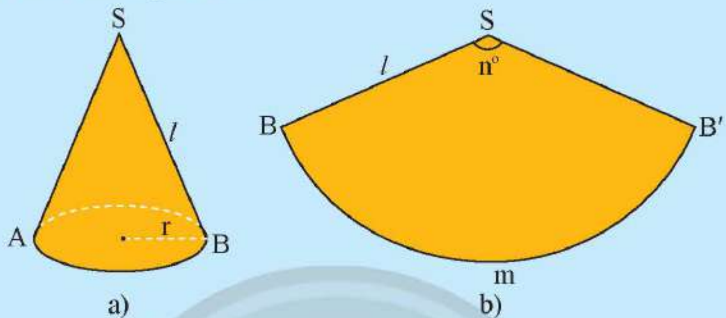
2. DIỆN TÍCH XUNG QUANH CỦA HÌNH NÓN

2 Cho một hình nón có bán kính r, độ dài đường sinh l (Hình 6a). Cắt mặt xung quanh của hình nón theo một đường sinh của nó rồi trải phẳng ra, ta được một hình quạt tròn (Hình 6b). Tính theo r và l:

a) Độ dài cung BB′;

b) Số đo cung BB′;

c) Diện tích của hình quạt tròn.

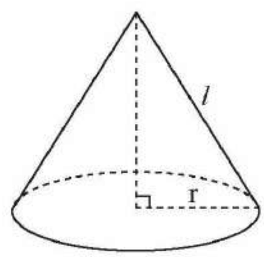


Hình 6

Trong 2, diện tích của hình quạt tròn được gọi là *diện tích xung quanh* của hình nón đã cho.

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có bán kính đáy r, độ dài đường sinh l là:

$$S_{xq} = \pi r l.$$



Hình 7

Chú ý: Diện tích toàn phần của hình nón bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy.

Ví dụ 2. Tính diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy r = 3 cm, chiều cao h = 4 cm.

Giải

Độ dài đường sinh của hình nón là

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ (cm)}.$$

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \,.\, 3 \,.\, 5 = 15\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

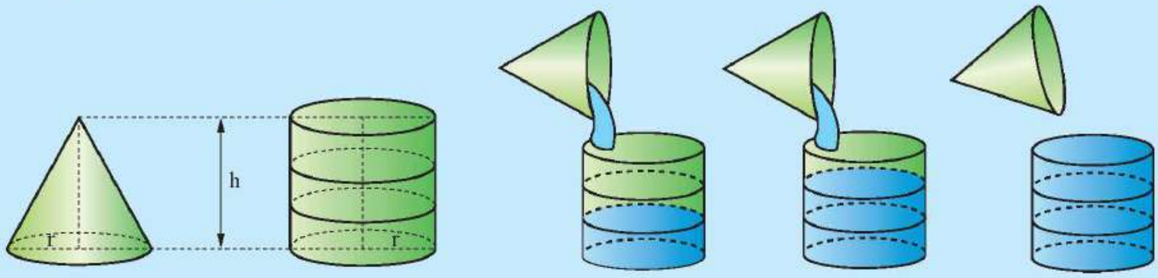
Thực hành 3. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón có đường kính của đáy d = 10 m và chiều cao h = 12 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

3. THỂ TÍCH CỦA HÌNH NÓN

3 Lấy một cái gàu hình nón và một cái bình hình trụ (Hình 8a) có cùng bán kính đáy r và chiều cao h. Múc đầy nước vào cái gàu rồi đổ qua cái bình. Sau ba lần đổ nước như thế thì cái bình vừa đầy nước (Hình 8b). Tính theo r và h:

a) Thể tích của bình hình trụ;

b) Thể tích của gàu hình nón.



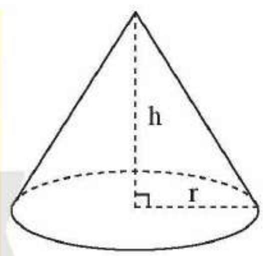
Hình 8

Từ kết quả của 3, ta có:

Thể tích V của hình nón có bán kính đáy r và chiều cao h là:

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$$

(S là diện tích đáy của hình nón.)



Hình 9

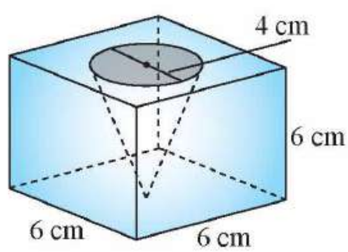
Ví dụ 3. Tính thể tích hình nón có bán kính đáy 3 cm, chiều cao 5 cm.

Giải

Thể tích hình nón là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} . \pi . 3^2 . 5 = 15\pi$ (cm^3).

Thực hành 4. Tính thể tích của hình nón có bán kính đáy 6 cm, chiều cao 4 cm.

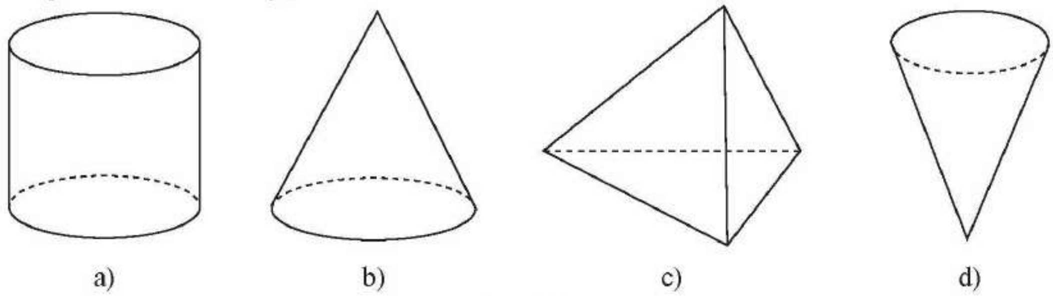
Vận dụng. Từ một khối gỗ có dạng hình lập phương cạnh 6 cm, người ta khoét một hình nón có đường kính mặt đáy là 4 cm và đỉnh của hình nón chạm vào mặt đáy của khối gỗ (Hình 10). Hãy tính thể tích của phần khối gỗ còn lại (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Hình 10

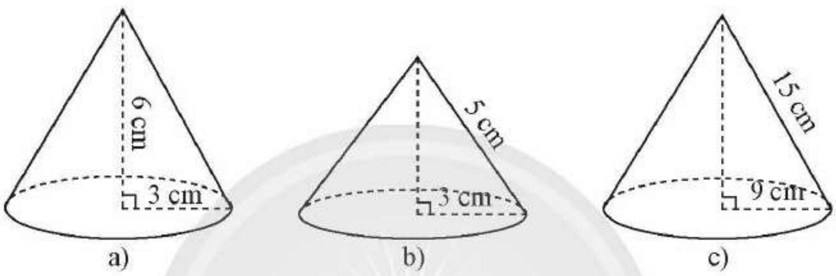
BÀI TẬP

1. Trong các hình sau đây, hình nào là hình nón?



Hình 11

2. Hãy cho biết chiều cao, bán kính đáy, độ dài đường sinh và diện tích xung quanh của mỗi hình nón sau:



Hình 12

3. Tạo lập hình nón có bán kính đáy bằng 4 cm, chiều cao bằng 7 cm.

4. Tính thể tích của hình nón cho biết:

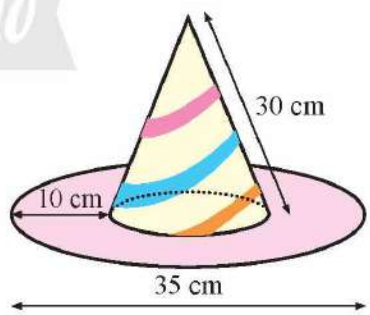
a) Bán kính đáy 6 cm, chiều cao 12 cm;

b) Đường kính của mặt đáy là 7 m, chiều cao 10 m;

c) Diện tích đáy 152 cm^2, chiều cao 6 cm;

d) Chu vi đáy 130 cm, chiều cao 24 cm.

5. Một cái mũ chú hề có kích thước như Hình 13. Hãy tính tổng diện tích giấy làm nên chiếc mũ (không tính phần hao hụt, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Hình 13

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

– Mô tả được đỉnh, đường sinh, chiều cao, bán kính đáy của hình nón, tạo lập được hình nón.

– Tính được diện tích xung quanh và thể tích của hình nón.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón.

Bài 3 HÌNH CẦU

Các vật thể quen thuộc ở hình bên có đặc điểm gì chung? Hãy kể tên một vài vật thể có hình dạng tương tự.

1. HÌNH CẦU

1 Cho tấm bìa có dạng nửa hình tròn tâm O và đường kính AB cố định (Hình 1a). Quay tấm bìa quanh đường kính AB thì hình tạo ra giống với vật thể quen thuộc nào?

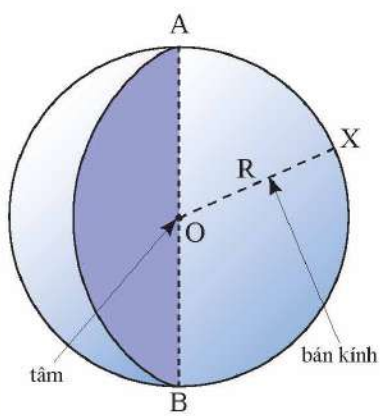
Hình 1

Từ 1, ta có định nghĩa:

Khi quay nửa hình tròn tâm O, bán kính R một vòng quanh đường kính AB cố định ta được một *hình cầu* tâm O, bán kính R (Hình 2).

Khi đó, nửa đường tròn quét thành một *mặt cầu*. Ta cũng gọi O và R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu đó.

Đoạn thẳng đi qua tâm của hình cầu với hai đầu mút nằm trên mặt cầu gọi là đường kính của hình cầu (hay mặt cầu).

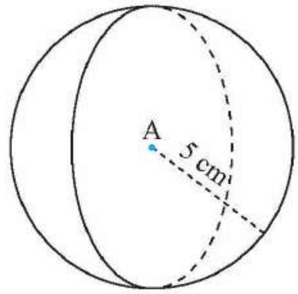


Hình 2

Ví dụ 1. Cho biết tâm và bán kính của hình cầu ở Hình 3.

Giải

Hình cầu ở Hình 3 có tâm là A, bán kính là 5 cm.



Hình 3

Thực hành 1. Quả địa cầu bằng pha lê ở Hình 4 có dạng hình cầu. Quan sát và cho biết tâm và bán kính của hình quả địa cầu đó.

Hình 4

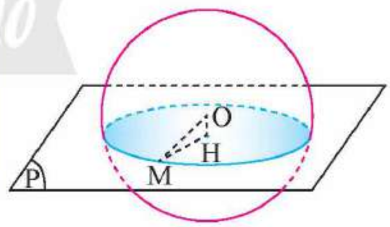
Phần chung của mặt phẳng và hình cầu

2 Quan sát Hình 5 và cho biết mặt cắt quả cam có dạng hình gì.

Hình 5

Từ 2, tổng quát ta có:

Khi cắt hình cầu bởi một mặt phẳng thì phần chung của mặt cầu và mặt phẳng (còn gọi là mặt cắt) là một hình tròn (Hình 6).



Hình 6

Ví dụ 2. Một khối đá hình cầu được cắt đôi để tạo các vật trang trí (Hình 7). Mặt cắt của chúng có dạng hình gì?

Giải

Mặt cắt của các vật ở Hình 7 có dạng hình tròn.

Hình 7

Thực hành 2. Mặt trên của bình gốm (Hình 8) được xem là phần chung của mặt phẳng và mặt cầu. Mặt trên của bình gốm có dạng hình gì?

Hình 8

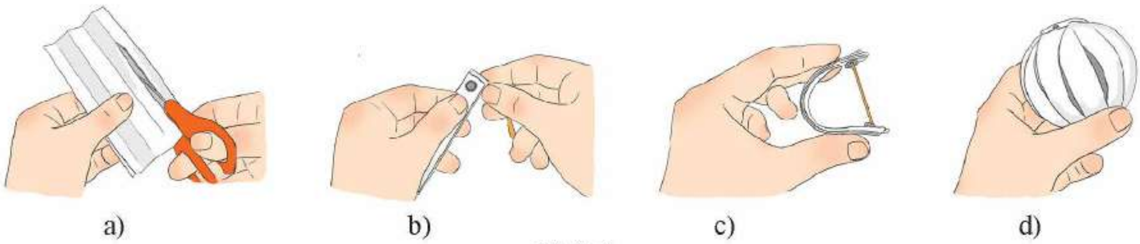
Vận dụng 1. Gấp chiếc đèn trang trí dạng hình cầu (mặt cầu) theo hướng dẫn sau:

– Cắt các mảnh giấy hình chữ nhật có chiều dài 20 cm, chiều rộng 1 cm (Hình 9a).

– Đục lỗ rồi dùng nút gắn vào nhau (Hình 9b).

– Cố định hai lỗ bằng que tre có độ dài bằng $\frac{2x}{\pi}$ (khoảng 0,6x) với x là khoảng cách giữa hai cái lỗ (Hình 9c).

– Tách các mảnh giấy ra và trải đều, hình được tạo thành có dạng hình cầu (Hình 9d).



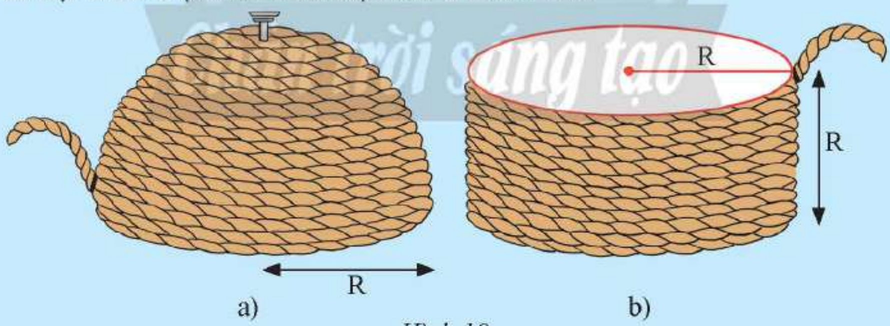
Hình 9

2. DIỆN TÍCH CỦA MẶT CẦU

3 Nhà khoa học cổ đại Archimèdes đã khám phá ra cách tính diện tích của mặt cầu như sau: Lấy một nửa hình cầu bán kính R và một hình trụ có bán kính đáy R. Dùng sợi dây quấn quanh nửa mặt cầu như Hình 10a, rồi cùng đoạn dây đó người ta quấn quanh hình trụ như Hình 10b thì thấy chiều cao của phần hình trụ được quấn dây bằng bán kính R.

a) Tính theo R diện tích xung quanh của phần hình trụ được quấn dây ở Hình 10b.

b) Từ đó dự đoán diện tích nửa mặt cầu ở Hình 10a.

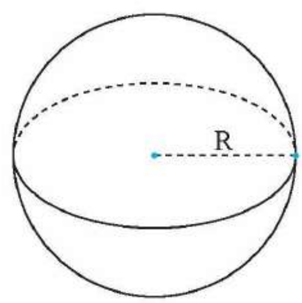


Hình 10

Từ thí nghiệm ở 3, tổng quát ta có:

Diện tích S của mặt cầu có bán kính R là:

$$S = 4\pi R^2.$$



Hình 11

Ví dụ 3. Tính diện tích của mặt cầu có bán kính 1 m.

Giải

Diện tích của mặt cầu là:

$$S = 4\pi R^2 = 4 \,.\, \pi \,.\, 1^2 = 4\pi \ (m^2).$$

Vận dụng 2. Tìm diện tích bề mặt của Mặt Trăng, biết đường kính của Mặt Trăng là khoảng 3 474 km.

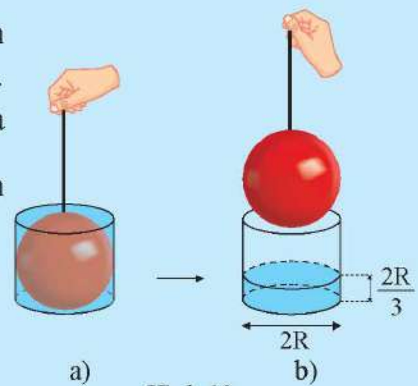
3. THỂ TÍCH CỦA HÌNH CẦU

4 Một quả cầu có bán kính R nằm khít trong chiếc bình hình trụ đổ đầy nước có chiều cao h = 2R (Hình 12a). Rút quả cầu ra khỏi bình nước, ta thấy chiều cao của mực nước bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao h (Hình 12b). Hãy tính theo R:

a) Thể tích của chiếc bình hình trụ;

b) Thể tích của nước ở trong bình;

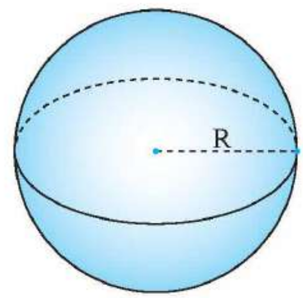
c) Thể tích của hình cầu.



Hình 12

Từ thí nghiệm ở 4, tổng quát ta có:

Thể tích của hình cầu có bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.



Hình 13

Ví dụ 4. Tính thể tích của hình cầu bán kính 6 cm.

Giải

Thể tích của hình cầu là:

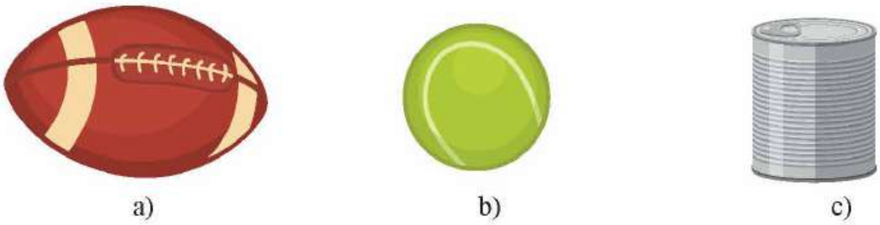
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \,.\, \pi \,.\, 6^3 = 288\pi\ (cm^3).$$

Thực hành 3. Một quả bóng rổ (khi bơm căng) có đường kính 24 cm (Hình 14). Tìm thể tích của quả bóng rổ đó (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Hình 14

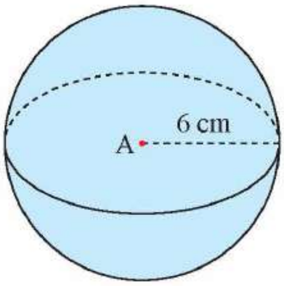
BÀI TẬP

1. Đồ vật nào sau đây có dạng hình cầu?



Hình 15

2. Quan sát hình cầu ở Hình 16. Hãy cho biết tâm, bán kính, diện tích mặt cầu và thể tích của hình cầu đó.

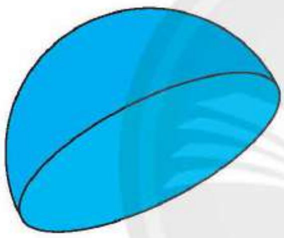


Hình 16

Hình 17

3. Bể cá ở Hình 17 là một phần của một hình cầu. Hỏi mặt nước trong bể cá có dạng hình gì?

4. Cắt một hình cầu có bán kính 5 cm bằng một mặt phẳng đi qua tâm ta sẽ được hai nửa hình cầu. Nam cần sơn tất cả các mặt của một nửa hình cầu này (Hình 18). Hỏi diện tích Nam cần sơn là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Hình 18

Hình 19

5. Phần bên trong của một cái li có dạng hình nón có bán kính đáy 2 cm, độ dài đường sinh 8 cm. Người ta đựng đầy kem trong li và thêm một nửa hình cầu kem phía trên (Hình 19). Tính thể tích của phần kem (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Sau bài học này, em đã làm được những gì?

- Mô tả được tâm, bán kính của hình cầu, tạo lập được hình cầu, mặt cầu. Nhận biết được phần chung của mặt phẳng và hình cầu.
- Tính được diện tích của mặt cầu, thể tích của hình cầu.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính diện tích của mặt cầu và thể tích của hình cầu.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 10

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trong một hình trụ

A. độ dài của đường sinh là chiều cao của hình trụ.

B. đoạn nối hai điểm bất kì trên hai đáy là đường sinh.

C. chiều cao là độ dài đoạn nối hai điểm bất kì trên hai đáy.

D. hai đáy có độ dài bán kính khác nhau.

2. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy 4 cm và chiều cao 8 cm là

A. 32π cm^2. B. 48π cm^2. C. 64π cm^2. D. 128π cm^2.

3. Thể tích của hình trụ có bán kính đáy 6 cm, chiều cao 10 cm là

A. 360π cm^3. B. 600π cm^3. C. 720π cm^3. D. $1\,200\pi$ cm^3.

4. Hình nón có chiều cao 3 cm, bán kính đáy 4 cm, thì độ dài đường sinh là

A. 3 cm. B. 4 cm. C. 7 cm. D. 5 cm.

5. Diện tích xung quanh của hình nón có chiều cao 12 cm, bán kính đáy 5 cm là

A. 130π cm^2. B. 60π cm^2. C. 65π cm^2. D. 90π cm^2.

6. Thể tích của hình nón có chiều cao 9 cm, bán kính đáy 12 cm là

A. 432π cm^2. B. 324π cm^2. C. 324π cm^3. D. 432π cm^3.

7. Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm bất kì trên mặt cầu bán kính 20 cm và đi qua tâm là

A. 40 m. B. 20 cm. C. 40 cm. D. 80 cm.

8. Diện tích của mặt cầu bán kính 5 cm là

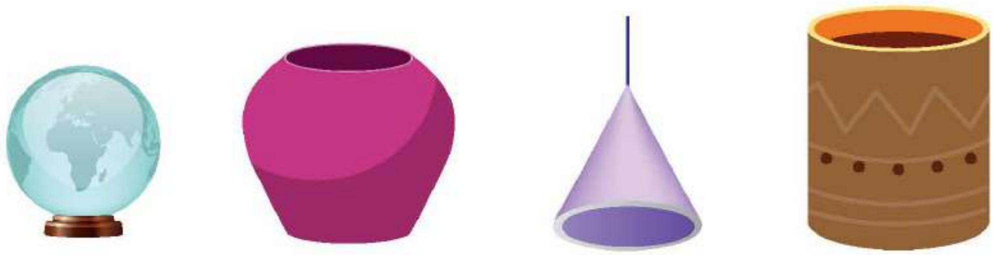
A. 25π cm^2. B. 50π cm^2. C. 100π cm^2. D. 125π cm^2.

9. Thể tích của hình cầu bán kính là 12 cm là

A. 120π cm^3. B. $2\,304\pi$ m^3. C. $1\,000\pi$ cm^3. D. $2\,304\pi$ cm^3.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

10. Trong các đồ vật sau, đồ vật nào có dạng hình trụ, hình nón, hình cầu?



a) b) c) d)

Hình 1

Từ bài 11 đến bài 15: Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

11. Người ta cần sơn mặt bên trong của một chao đèn có dạng hình nón (không tính đáy) với bán kính đáy là 20 cm, độ dài đường sinh là 30 cm (Hình 1c). Hỏi diện tích cần sơn là bao nhiêu?

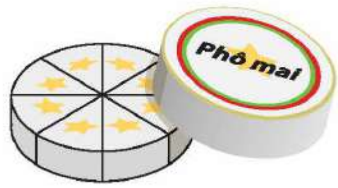
12. Bạn Nam được tặng một quả bóng đá có đường kính 24 cm (Hình 2). Em hãy giúp bạn ấy tính xem cần bao nhiêu diện tích da để làm quả bóng, giả sử rằng diện tích các mép nối không đáng kể.

Hình 2

13. Hộp phô mai hình trụ có đường kính đáy 12,2 cm, chiều cao 2,4 cm.

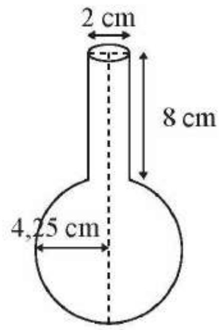
a) Biết rằng 8 miếng phô mai được xếp nằm sát nhau vừa khít trong hộp (Hình 3). Hỏi thể tích một miếng phô mai là bao nhiêu?

b) Người ta gói từng miếng phô mai bằng một loại giấy đặc biệt. Giả sử phần giấy gói vừa khít miếng phô mai. Hãy tính diện tích phần giấy gói mỗi miếng phô mai.



Hình 3

14. Ta coi một ống nghiệm có phần trên là hình trụ và phần dưới là hình cầu (Hình 4). Hãy tính thể tích nước cần để đổ đầy vào ống nghiệm, coi bề dày của ống nghiệm không đáng kể.



Hình 4

15. Một hộp bóng hình trụ chứa vừa khít 3 quả bóng tennis có đường kính 6,5 cm (Hình 5).

a) Tính diện tích bề mặt và thể tích của mỗi quả bóng.

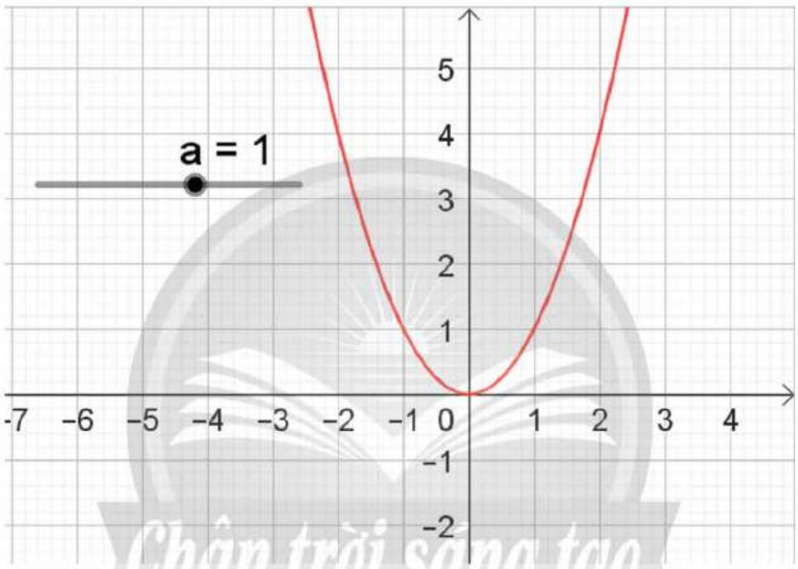
b) Tính diện tích xung quanh và thể tích của hộp bóng.

Hình 5

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

Hoạt động 3. VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC HAI $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ BẰNG PHẦN MỀM

GeoGebra



MỤC TIÊU

– Thực hành sử dụng phần mềm GeoGebra để vẽ đồ thị của hàm số $y = ax^2$ trên mặt phẳng toạ độ.

– Xem xét sự thay đổi hình dạng của đồ thị hàm số $y = ax^2$ (parabol) khi thay đổi hệ số a trong công thức hàm số.

– Ôn tập và minh hoạ các tính chất đã học về hàm số $y = ax^2$.

– Thực hành sử dụng phần mềm để thiết kế đồ hoạ liên quan đến đồ thị hàm số $y = ax^2$.

CHUẨN BỊ

– Máy tính xách tay hoặc máy tính bảng có cài đặt GeoGebra hoặc có kết nối Internet.

– Máy chiếu hoặc màn hình ti vi lớn.

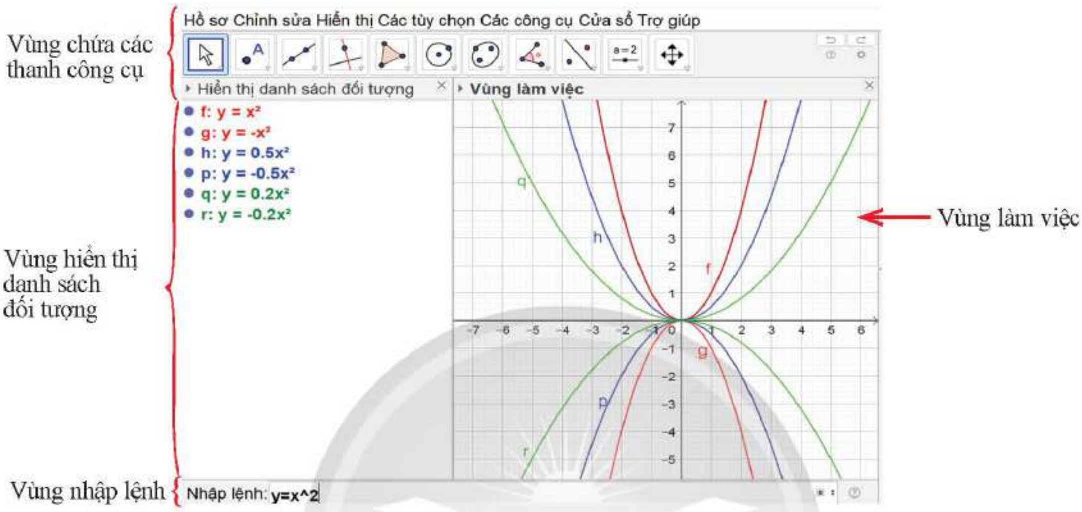
– Thực hành trong phòng máy nếu các trường có điều kiện.

– Sách giáo khoa Toán 9, tập hai – Chân trời sáng tạo.

HƯỚNG DẪN CHỨC NĂNG CỦA GEOGEBRA

Để vẽ đồ thị trên GeoGebra ta thực hiện các thao tác trên bốn vùng sau:

1. Vùng chứa các thanh công cụ;
2. Vùng hiển thị danh sách đối tượng;
3. Vùng làm việc: chứa đồ thị vẽ được và thanh trượt biểu thị hệ số a.
4. Vùng nhập lệnh: để nhập công thức các hàm số và biểu thức.

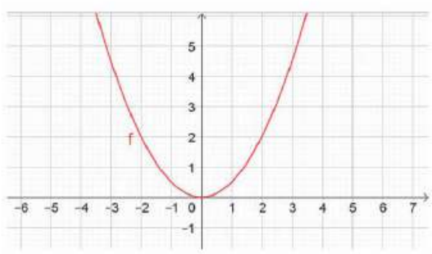


TIẾN HÀNH HOẠT ĐỘNG

HOẠT ĐỘNG 1: Vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ với a nhập từ bàn phím

Ví dụ: Vẽ đồ thị hàm số $y = 0,5x^2$.

1. Khởi động phần mềm đã cài đặt trên máy tính hoặc truy cập vào trang web: https://www.geogebra.org/ để sử dụng phiên bản online.



2. Các bước thao tác trên GeoGebra:

Nhập công thức hàm số $y = ax^2$ theo cú pháp y=0.5*x^2 vào vùng nhập lệnh.

Nhập lệnh: **y=0.5*x^2**

Ta có ngay đồ thị của hàm số $y = 0,5x^2$ trên vùng làm việc như hình trên.

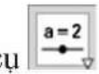
Thực hành 1. Vẽ đồ thị các hàm số sau:

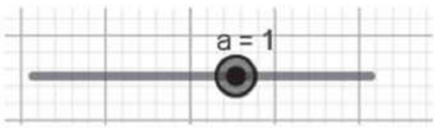
a) $y = -x^2$; b) $y = x^2$; c) $y = \frac{1}{5}x^2$; d) $y = -0,2x^2$.

HOẠT ĐỘNG 2: Vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) với a thay đổi bằng thanh trượt

1. Khởi động phần mềm đã cài đặt trên máy tính hoặc truy cập vào trang web: https://www.geogebra.org/ để sử dụng phiên bản online.

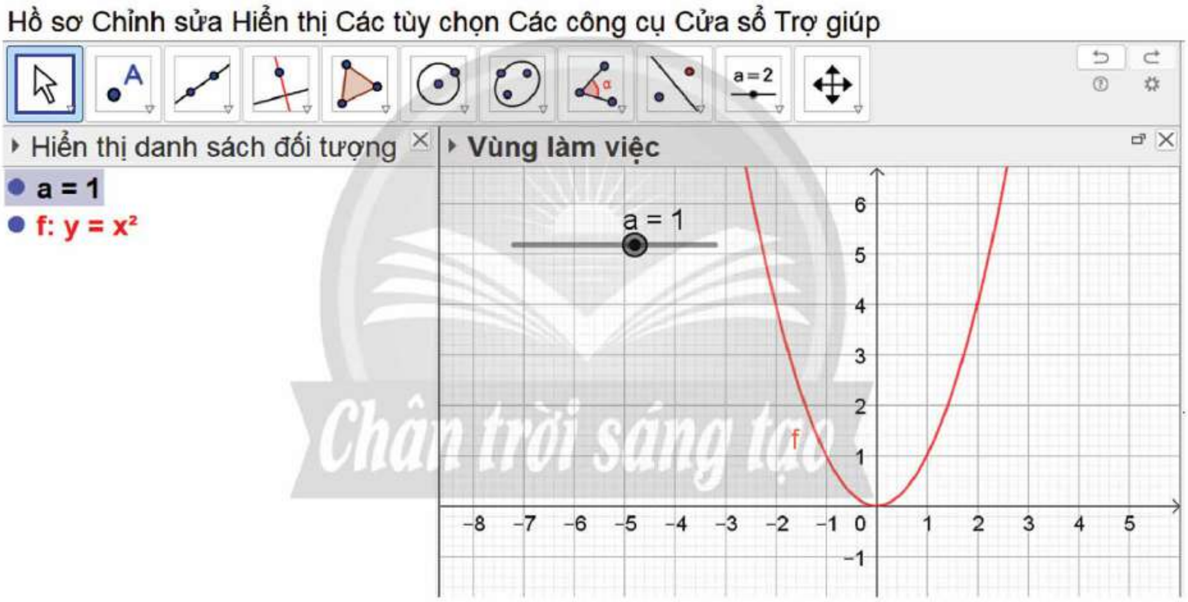
2. Các bước thao tác trên GeoGebra:

– Tạo thanh trượt biểu thị tham số a bằng cách nhấp chuột vào thanh công cụ  và vào vị trí màn hình nơi mà ta muốn đặt thanh trượt.



– Nhập công thức hàm số $y = ax^2$ tại vùng nhập lệnh theo cú pháp: y=a*x^2.

– Quan sát đồ thị được vẽ trên vùng làm việc:



– Dùng chuột điều chỉnh thanh trượt a để có giá trị mong muốn.

– Quan sát sự thay đổi hình dạng của đồ thị (parabol) theo sự thay đổi của hệ số a.

– Chụp màn hình để có kết quả làm báo cáo, thu hoạch, trình chiếu.

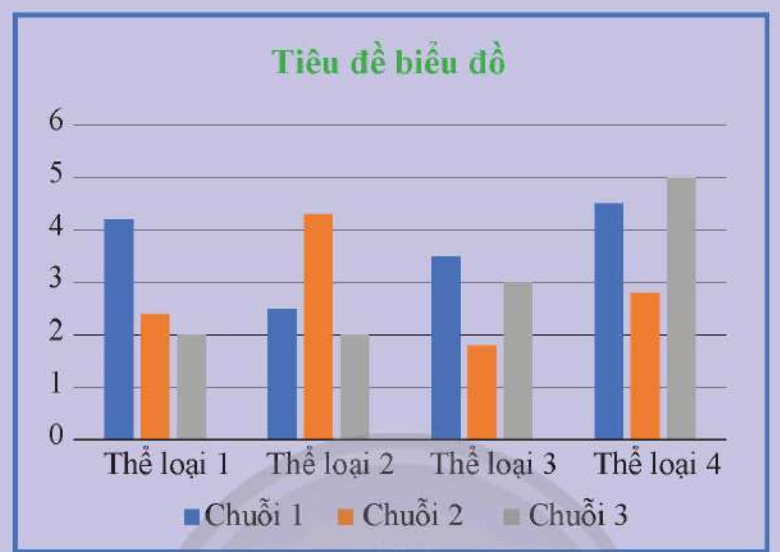
3. Nêu các kết luận về tính chất của đồ thị quan sát được trên hình vẽ.

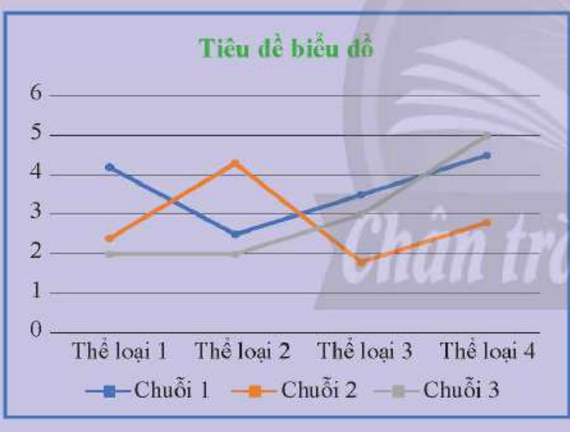
Thực hành 2. Điều chỉnh a để vẽ được nhiều đồ thị hàm số khác nhau:

a) $y = 2x^2$; b) $y = -4x^2$; c) $y = 5x^2$;

d) $y = -2,5x^2$; e) $y = \frac{7}{2}x^2$; g) $y = -\frac{8}{5}x^2$.

Hoạt động 4. CHUYỂN DỮ LIỆU TỪ BẢNG VÀO BIỂU ĐỒ TRÊN PHẦN MỀM MICROSOFT WORD





MỤC TIÊU

– Thông qua việc thực hiện các dự án thống kê cụ thể, thực hành chuyển dữ liệu từ dạng bảng vào các dạng biểu đồ: cột, cột kép, quạt tròn, đoạn thẳng.

– Thực hành vẽ các dạng biểu đồ bằng phần mềm soạn thảo văn bản Microsoft Word.

– Hỗ trợ thực hiện các báo cáo thống kê.

CHUẨN BỊ

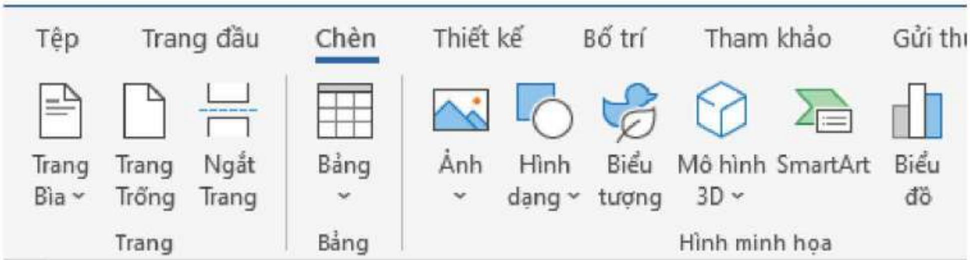
– Máy tính xách tay có cài đặt phần mềm soạn thảo văn bản Microsoft Word.

– Sách giáo khoa Toán 9, tập hai – Chân trời sáng tạo.

HƯỚNG DẪN CHỨC NĂNG TẠO BIỂU ĐỒ CỦA MICROSOFT WORD

1. Tạo bảng dữ liệu

– Trong phần mềm soạn thảo văn bản Microsoft Word, chọn thẻ *Chèn*, chọn nút lệnh *Bảng* rồi chọn kích thước bảng theo yêu cầu và nhập dữ liệu.

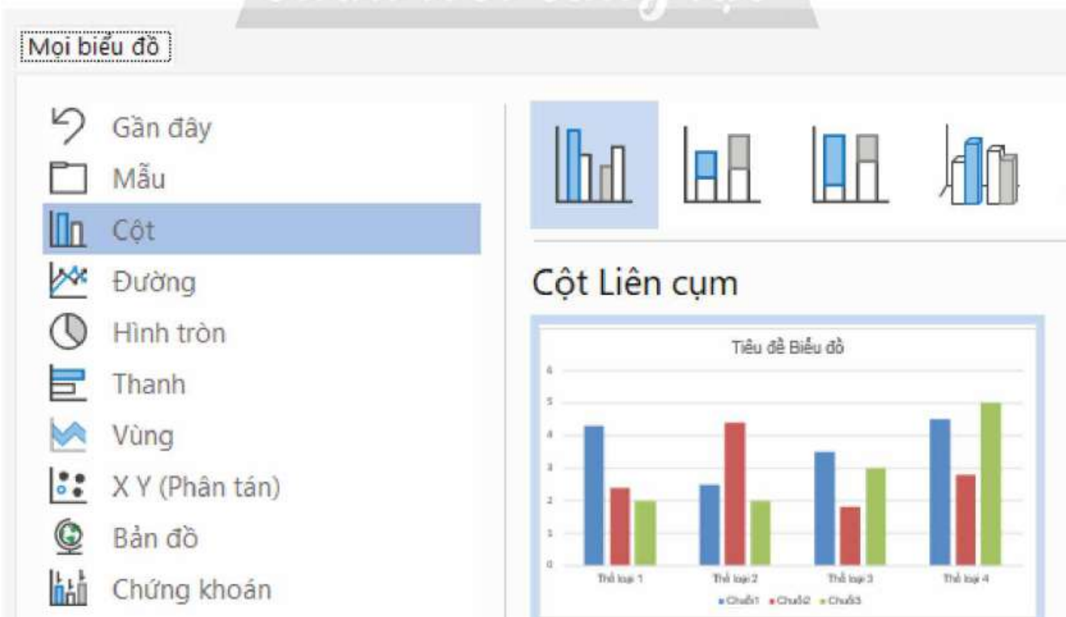


Chẳng hạn, ta có bảng sau:

Thể loại	Chuỗi 1	Chuỗi 2
Thể loại 1	4.3	2.4
Thể loại 2	2.5	4.4
Thể loại 3	3.5	1.8
Thể loại 4	4.5	2.8

2. Chuyển dữ liệu từ bảng vào biểu đồ

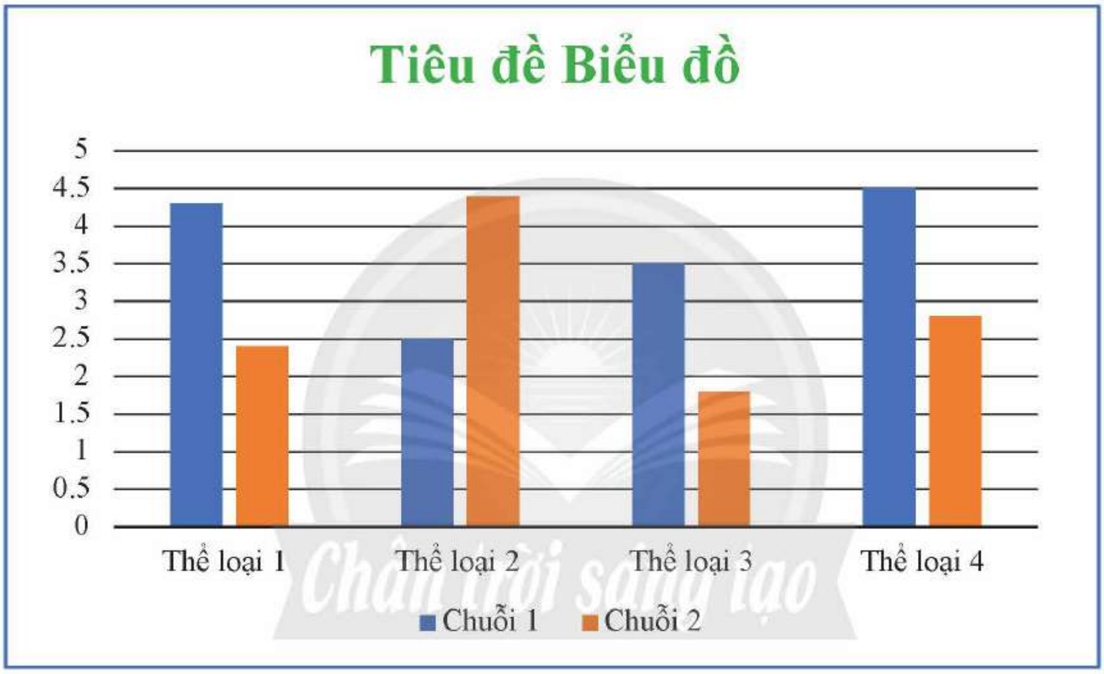
– Trong phần mềm soạn thảo văn bản, chọn thẻ *Chèn*, chọn nút lệnh *Biểu đồ* rồi chọn loại biểu đồ theo yêu cầu.



– Nhập dữ liệu hoặc dán dữ liệu đã tạo vào bảng sau.

	A	B	C
1		Chuỗi 1	Chuỗi 2
2	Thể loại 1	4.3	2.4
3	Thể loại 2	2.5	4.4
4	Thể loại 3	3.5	1.8
5	Thể loại 4	4.5	2.8

– Bấm nút ở góc trên bên phải của bảng dữ liệu, ta có biểu đồ cần tạo như sau:



– Chỉnh sửa tên biểu đồ cho phù hợp với bảng dữ liệu.

TIẾN HÀNH HOẠT ĐỘNG

Tiến hành hoạt động theo dự án:

Dự án 1: Thống kê kết quả học tập học kì I của các lớp.

Dự án 2: Thống kê dân số các tỉnh trong khu vực lân cận.

Dự án 3: Thống kê nhiệt độ trung bình các tháng trong năm tại địa phương.

Trong mỗi dự án, chia lớp thành các nhóm từ 8 đến 10 học sinh. Mỗi nhóm phân công thực hiện các hoạt động:

HOẠT ĐỘNG 1: Thống kê số liệu

Mỗi nhóm phân công thu thập dữ liệu từ các nguồn phù hợp.

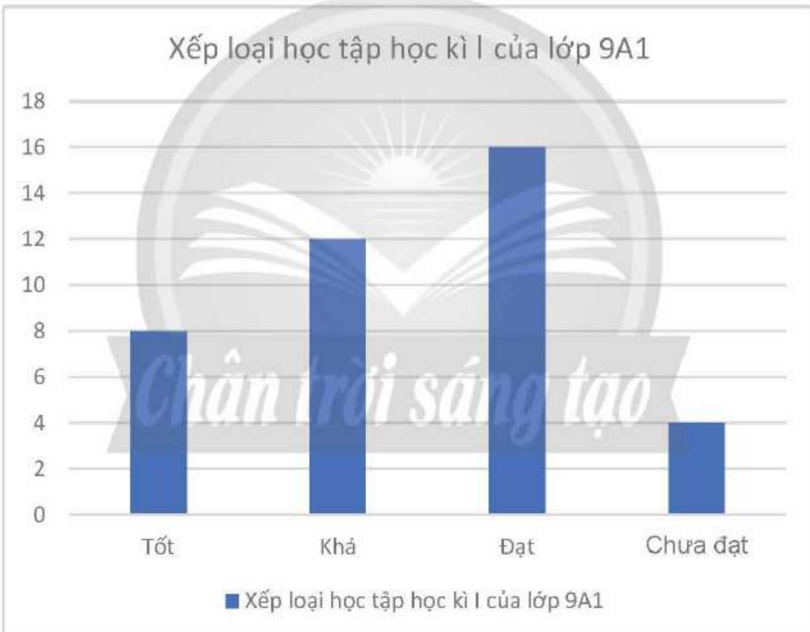
HOẠT ĐỘNG 2: Lập bảng số liệu, vẽ biểu đồ

Mỗi nhóm quyết định lựa chọn loại biểu đồ phù hợp, phân công lập bảng số liệu và vẽ biểu đồ biểu diễn theo hướng dẫn.

Ví dụ 1. Bảng dữ liệu thu thập được:

Xếp loại	Xếp loại học tập học kì I của lớp 9A1
Tốt	8
Khá	12
Đạt	16
Chưa đạt	4

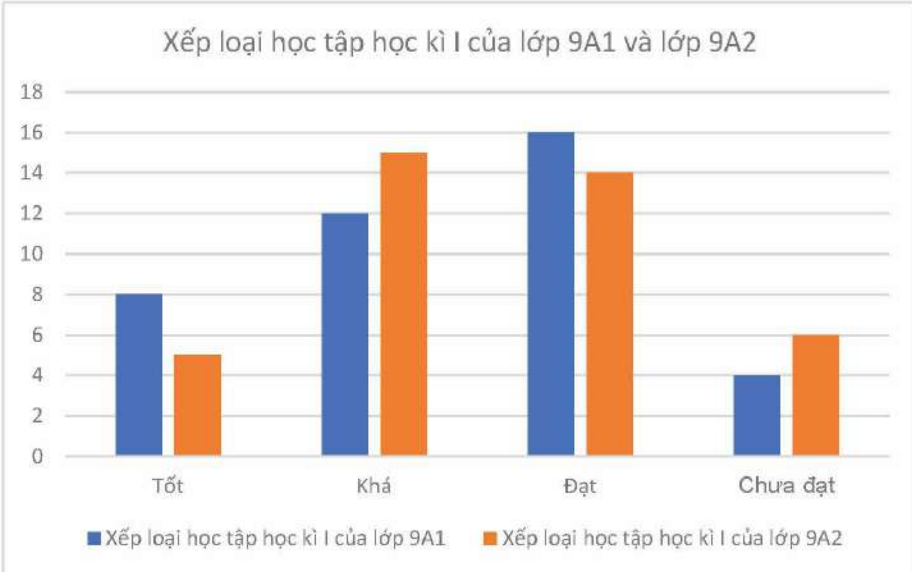
Từ bảng dữ liệu trên, ta vẽ được biểu đồ cột như sau:



Ví dụ 2. Bảng dữ liệu thu thập được:

Xếp loại	Xếp loại học tập học kì I của lớp 9A1	Xếp loại học tập học kì I của lớp 9A2
Tốt	8	5
Khá	12	15
Đạt	16	14
Chưa đạt	4	6

Từ bảng dữ liệu trên, ta vẽ được biểu đồ cột kép như sau:



Ví dụ 3. Bảng dữ liệu thu thập được:

Tháng	Số điểm kiểm tra loại giỏi môn Toán trong 5 tháng học kì I của lớp 9A2
9	6
10	8
11	15
12	10
1	16

Từ bảng dữ liệu trên, ta vẽ được biểu đồ đoạn thẳng như sau:

Ví dụ 4. Bảng dữ liệu về xếp loại học tập học kì I của lớp 9A1:

Xếp loại	Xếp loại học tập học kì I của lớp 9A1
Tốt	8
Khá	12
Đạt	16
Chưa đạt	4

Ta lập được bảng dữ liệu về tỉ lệ phần trăm xếp loại học tập học kì I của lớp 9A1:

Xếp loại	Tỉ lệ phần trăm xếp loại học tập học kì I của lớp 9A1
Tốt	20%
Khá	30%
Đạt	40%
Chưa đạt	10%

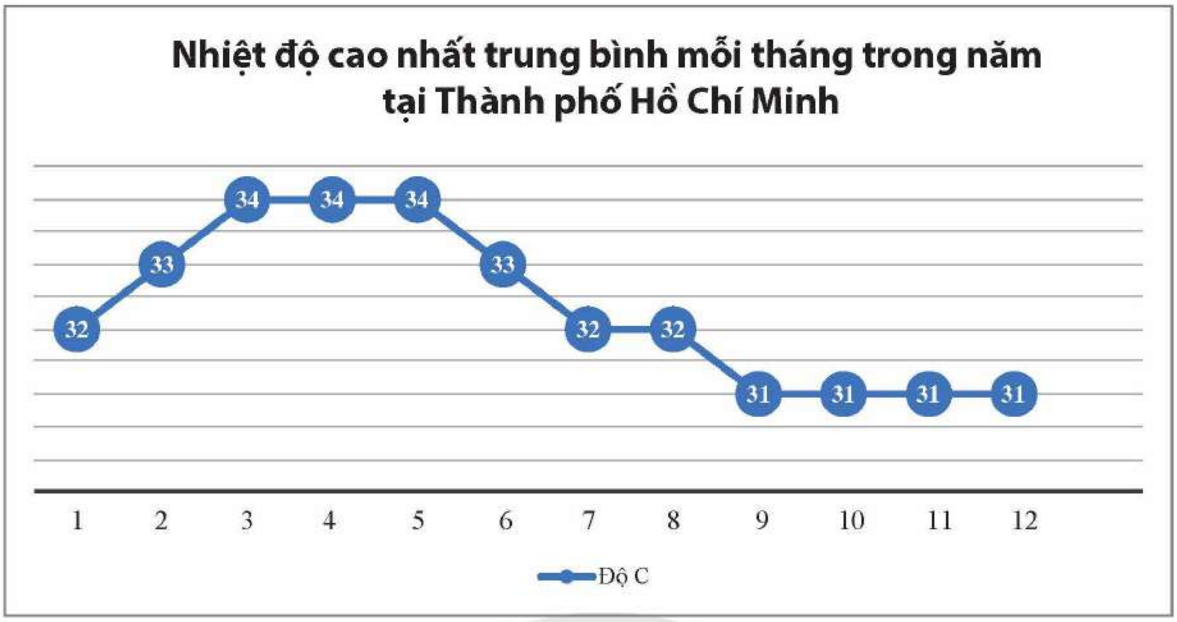
Từ đó, ta vẽ được biểu đồ hình quạt tròn như sau:

Ví dụ 5. Bảng dữ liệu về nhiệt độ cao nhất trung bình mỗi tháng trong năm tại Thành phố Hồ Chí Minh thu thập được như sau:

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nhiệt độ cao nhất (độ C)	32	33	34	34	34	33	32	32	31	31	31	31

(Nguồn: *https://vi.weatherspark.com*)

Từ bảng dữ liệu trên, ta vẽ được biểu đồ đoạn thẳng như sau:



HOẠT ĐỘNG 3: Báo cáo trước lớp

Mỗi nhóm lần lượt báo cáo trước lớp về các nội dung:

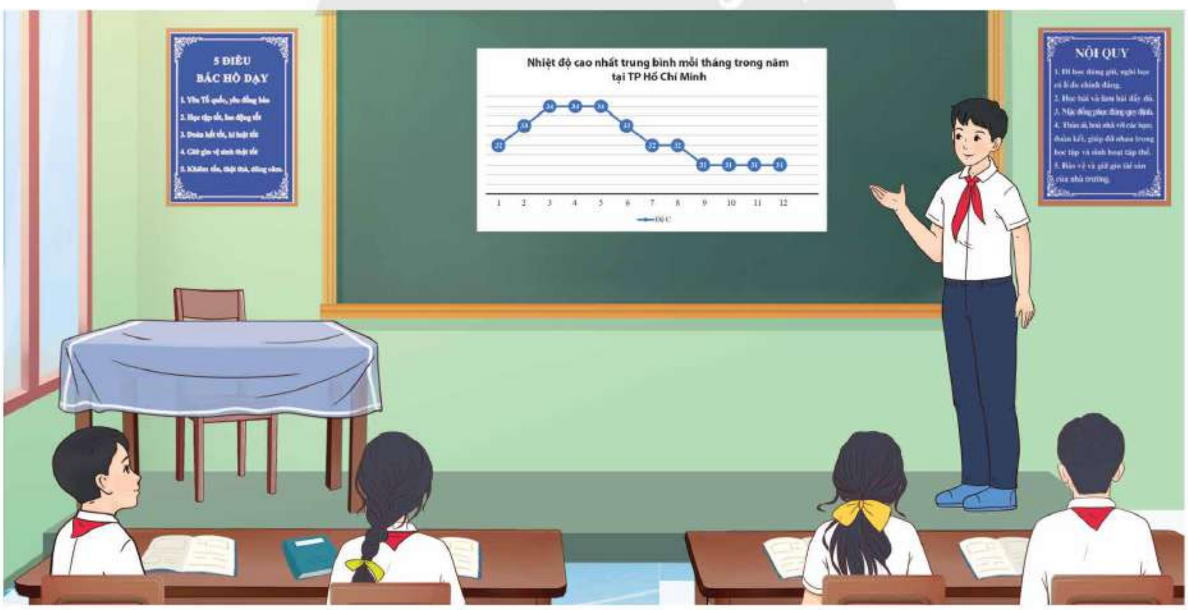
a) Cách phân công cụ thể trong nhóm.

b) Cách thu thập số liệu thống kê của dự án, nguồn gốc của dữ liệu.

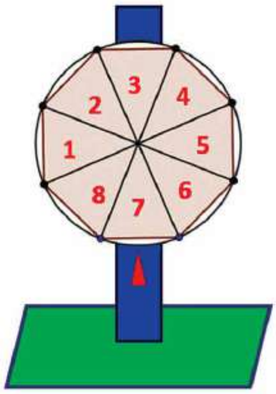
c) Giải thích cách chọn loại biểu đồ và cách vẽ biểu đồ biểu diễn số liệu.

d) Tự đánh giá về sản phẩm.

e) Đề xuất các cải tiến.



Hoạt động 5. CẮT ĐA GIÁC ĐỀU LÀM VÒNG QUAY MAY MẮN



MỤC TIÊU

– Thực hành vẽ đa giác đều có các đỉnh nằm trên một đường tròn.

– Cắt giấy làm vòng quay may mắn.

– Ôn tập và minh hoạ các tính chất đã học về đa giác đều.

– Ôn tập xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm.

CHUẨN BỊ

– Giấy trắng, compa, bút chì, thước kẻ, thước đo góc.

– Giấy bìa hộp tái chế, kéo, băng keo, hồ dán, đinh ghim.

– Sách giáo khoa Toán 9, tập hai – Chân trời sáng tạo.

TIẾN HÀNH HOẠT ĐỘNG

HOẠT ĐỘNG 1: Vẽ đa giác đều có các đỉnh nằm trên một đường tròn

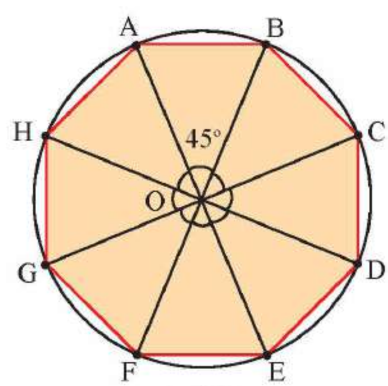
Để vẽ đa giác đều trên giấy, chẳng hạn vẽ bát giác đều, ta thực hiện các bước sau:

– Dùng compa vẽ đường tròn tâm O bán kính 5 cm trên giấy.

– Tính số đo của cung có dây là cạnh của bát giác đều, ta có $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$.

– Dùng thước đo góc vẽ 8 góc ở tâm kề nhau $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, ..., $\widehat{HOA}$, mỗi góc có số đo bằng 45°. Các góc này chia đường tròn thành các cung có số đo bằng 45°.

– Nối các đầu mút của các cung này, ta có bát giác đều trên giấy (như Hình 1).



Hình 1

HOẠT ĐỘNG 2: Làm vòng quay may mắn để ôn tập Xác suất – Thống kê

– Cắt hình đa giác đều vừa vẽ, dán lên một tấm bìa và cắt tấm bìa theo đường tròn ta được vòng quay.

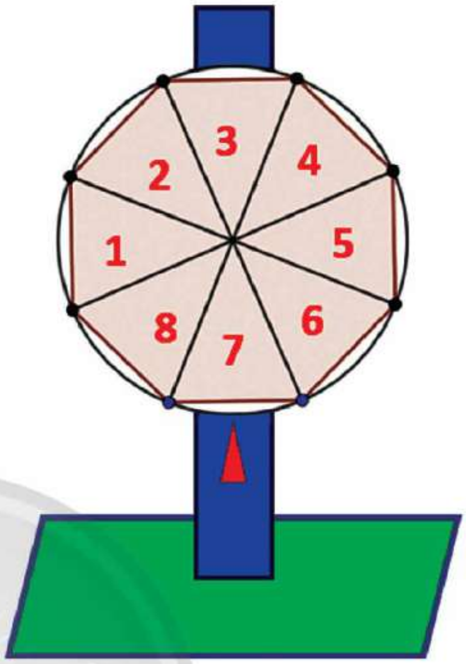
– Đánh số thứ tự từ 1 đến 8 vào các phần trên vòng quay.

– Dùng bìa hộp cũ cắt hai hình chữ nhật làm thân và đế của giá quay.

– Dùng đinh ghim tâm vòng quay vào giá quay.

– Vẽ tam giác trên giá quay làm kim chỉ kết quả.

– Sản phẩm hoàn chỉnh là vòng quay trong hình.



Hình 2

HOẠT ĐỘNG 3: Sử dụng vòng quay để ôn tập Xác suất – Thống kê

– Yêu cầu học sinh tính xác suất lí thuyết để kim chỉ vào một số trên vòng quay.

– Quay vòng quay nhiều lần. Thống kê các kết quả để tính xác suất thực nghiệm tương ứng.

– So sánh kết quả của xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm.

Thực hành. Thực hiện các hoạt động 1, 2 và 3 đối với vòng quay là đường tròn ngoại tiếp lục giác đều.

BẢNG GIẢI THÍCH THUẬT NGỮ

Bảng tần số

Là bảng ghi lại tần số xuất hiện của các giá trị khác nhau của mẫu số liệu.

Bảng tần số ghép nhóm

Là bảng ghi lại tần số của các nhóm số liệu.

Bảng tần số tương đối

Là bảng ghi lại tần số tương đối của các giá trị khác nhau của mẫu số liệu.

Bảng tần số tương đối ghép nhóm

Là bảng ghi lại tần số tương đối của các nhóm số liệu.

Cỡ mẫu

Là số các số liệu thu thập được.

Diện tích của mặt cầu

Diện tích S của mặt cầu có bán kính R là:

$$S = 4\pi R^2.$$

Diện tích xung quanh của hình nón

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có bán kính đáy r, độ dài đường sinh l là:

$$S_{xq} = \pi r l.$$

Diện tích xung quanh của hình trụ

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là:

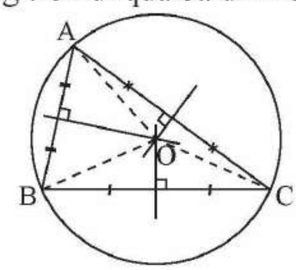
$$S_{xq} = 2\pi rh.$$

Đa giác đều

Là đa giác có các cạnh bằng nhau và các góc bằng nhau. Đa giác đều có số cạnh bằng n được gọi là n-*giác đều*. Với n lần lượt bằng 3, 4, 5, 6, 8, ... ta có *tam giác đều*, *tứ giác đều (hình vuông)*, *ngũ giác đều*, *lục giác đều*, *bát giác đều*, ...

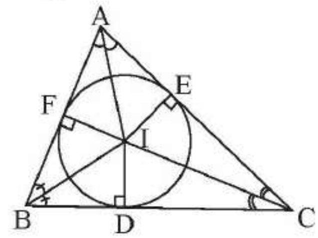
Đường tròn ngoại tiếp tam giác

Là đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác.



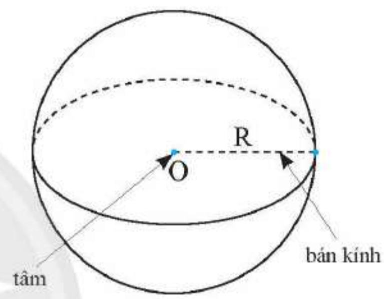
Đường tròn nội tiếp tam giác

Là đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của tam giác.



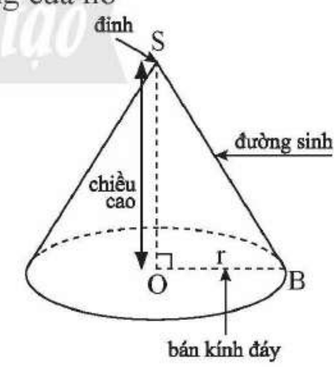
Hình cầu

Hình cầu tâm O, bán kính R là hình gồm các điểm cách điểm O một khoảng không quá R.



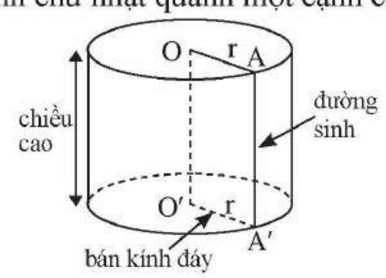
Hình nón

Là hình tạo thành bằng cách quay một tam giác vuông quanh một cạnh góc vuông của nó



Hình trụ

Là hình tạo thành bằng cách quay một hình chữ nhật quanh một cạnh của nó.



Không gian mẫu

Là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.

Phép quay

Phép quay thuận chiều (hay ngược chiều) α° ($0^\circ \leq \alpha^\circ \leq 360^\circ$) *tâm* O giữ nguyên điểm O, biến điểm M khác điểm O thành điểm M′ thuộc đường tròn (O; OM) sao cho khi tia OM quay thuận chiều (hay ngược chiều) kim đồng hồ đến tia OM′ thì điểm M tạo nên cung MM′ có số đo α°.

Phép thử ngẫu nhiên

Là một hoạt động mà ta không thể biết trước được kết quả của nó, nhưng biết tất cả các kết quả có thể xảy ra.

Phương trình bậc hai một ẩn

Là phương trình có dạng $ax^2 + bx + c = 0$, trong đó x là *ẩn*; a, b, c là những số cho trước gọi là các *hệ số* và $a \neq 0$.

Tần số

Là số lần xuất hiện của một giá trị trong mẫu số liệu.

Tần số của nhóm

Là số lượng các giá trị của mẫu số liệu thuộc vào một nhóm.

Tần số tương đối

Là tỉ số phần trăm giữa tần số của một giá trị và cỡ mẫu.

Tần số tương đối của nhóm

Là tỉ số phần trăm giữa tần số của nhóm và cỡ mẫu.

Thể tích của hình cầu

Thể tích của hình cầu bán kính R là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

Thể tích của hình nón

Thể tích V của hình nón có bán kính đáy r và chiều cao h là:

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$$

(S là diện tích đáy của hình nón.)

Thể tích của hình trụ

Thể tích V của hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là:

$$V = S.h = \pi r^2 h$$

(S là diện tích đáy của hình trụ).

Tứ giác nội tiếp

Là tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn.

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Chủ tịch Hội đồng thành viên kiêm Tổng Giám đốc NGUYỄN TIẾN THANH

Chịu trách nhiệm nội dung:
Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung: TRẦN THANH HÀ – ĐẶNG THỊ THUÝ – NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ
Biên tập mĩ thuật: ĐẶNG NGỌC HÀ
Thiết kế sách: HOÀNG CAO HIỀN – BÙI XUÂN DƯƠNG
Trình bày bìa: ĐẶNG NGỌC HÀ – TỐNG THANH THẢO
Minh hoạ: XUÂN DƯƠNG – NGỌC KHANG – THANH THẢO
Sửa bản in: TRẦN THANH HÀ – NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ
ĐẶNG THỊ THUÝ – HOÀNG THỊ THU DUNG
Chế bản: CÔNG TY CỔ PHẦN DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC GIA ĐỊNH

TOÁN 9 – TẬP HAI (CHÂN TRỜI SÁNG TẠO)

Mã số: G2HH9T004M24

In .... bản, (QĐ in số ....) khổ 19 x 26,5 cm

Đơn vị in: ....

Địa chỉ: ....

Số ĐKXB: 02-2024/CXBIPH/173-2316/GD

Số QĐXB: ...., ngày .... tháng .... năm 20...

In xong và nộp lưu chiểu tháng .... năm 20...

Mã số ISBN: Tập một: 978-604-0-39307-4

Tập hai: 978-604-0-39308-1

HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH

BỘ SÁCH GIÁO KHOA LỚP 9 – CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

1. NGỮ VĂN 9 – TẬP MỘT
2. NGỮ VĂN 9 – TẬP HAI
3. TOÁN 9 – TẬP MỘT
4. TOÁN 9 – TẬP HAI
5. TIẾNG ANH 9
   Friends Plus - Student Book
6. GIÁO DỤC CÔNG DÂN 9
7. KHOA HỌC TỰ NHIÊN 9
8. LỊCH SỬ VÀ ĐỊA LÍ 9
9. TIN HỌC 9
10. CÔNG NGHỆ 9 – Định hướng nghề nghiệp
11. CÔNG NGHỆ 9 – Trải nghiệm nghề nghiệp
    Mô đun Lắp đặt mạng điện trong nhà
12. CÔNG NGHỆ 9 – Trải nghiệm nghề nghiệp
    Mô đun Nông nghiệp 4.0
13. CÔNG NGHỆ 9 – Trải nghiệm nghề nghiệp
    Mô đun Cắt may
14. GIÁO DỤC THỂ CHẤT 9
15. ÂM NHẠC 9
16. MĨ THUẬT 9 (1)
17. MĨ THUẬT 9 (2)
18. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM, HƯỚNG NGHIỆP 9 (1)
19. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM, HƯỚNG NGHIỆP 9 (2)

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: http://hanhtrangso.nxbgd.vn

ISBN 978-604-0-39308-1

9 786040 393081

Giá: 16.000đ